

**ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

ΠΑΝΟΣ ΣΑΡΑΚΗΝΟΣ

Άσκηση 1

Οι βαθμοί 25 φοιτητών που πέρασαν το μάθημα της Στατιστικής ήταν:

6	5	7	5	9
5	6	6	8	10
8	5	6	7	5
6	5	7	8	9
5	6	7	5	8

- i. Να κάνετε πίνακα κατανομής απολύτων και σχετικών συχνοτήτων.
- ii. Πόσοι φοιτητές πήραν 6;
- iii. Ποιο το ποσοστό των φοιτητών που πήραν 5;
- iv. Πόσοι φοιτητές πήραν το πολύ 7;
- v. Πόσοι φοιτητές πήραν τουλάχιστον 8;
- vi. Ποιο το ποσοστό των φοιτητών που πήρε από 6 έως 8;
- vii. Να κατασκευάσετε διάγραμμα και πολύγωνο συχνοτήτων.
- viii. Να κατασκευάσετε κυκλικό διάγραμμα.
- ix. Να κατασκευάσετε σημειόγραμμα.
- x. Να βρείτε την μέση τιμή, την διάμεσο και την διακύμανση της βαθμολογίας των φοιτητών.

Απ: ii. 6 iii. 32% iv. 18 v. 7 vi. 56% x. 6,56

Άσκηση 2

- i. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων – σχετικών συχνοτήτων.

x_i	v_i	N_i	f_i	$f_i\%$	F_i	$F_i\%$
1		12				
2						
3		75		40		
4						87,5
5						
Σύνολο	120					

- ii. Αν στο παραπάνω δείγμα των 120 στοιχείων προσθέσουμε σε κάποια στοιχεία τον αριθμό 10 και στα υπόλοιπα αφαιρέσουμε τον αριθμό 5 και η μέση τιμή του καινούργιου δείγματος είναι κατά 1 μονάδα μεγαλύτερη αυτής του παλαιού, να βρείτε σε πόσα στοιχεία του δείγματος προσθέσαμε τον αριθμό 10.

Απ: ii. 48

Άσκηση 3

Οι χρόνοι αναμονής των πελατών σε μια τράπεζα ήταν οι ακόλουθοι:

6	3	12	15	10	5	7	8	13	11
10	5	7	18	14	20	12	14	7	9
8	14	17	22	27	18	16	12	7	10
13	6	9	12	14	15	18	19	14	13
11	9	12	8	13	21	22	24	15	7

- i. Να ομαδοποιήσετε τους παραπάνω χρόνους αναμονής σε 5 κλάσεις με ίσα πλάτη 5 λεπτών, θεωρώντας ως κάτω άκρο της πρώτης κλάσης τον μικρότερο χρόνο αναμονής.
- ii. Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- iii. Ποιο το ποσοστό των πελατών που περίμενε λιγότερο από 13 λεπτά;
- iv. Πόσοι πελάτες περίμεναν κάτω από 18 λεπτά;
- v. Πόσοι πελάτες περίμεναν τουλάχιστον 8 λεπτά;
- vi. Ποιο το ποσοστό των πελατών που περίμενε τουλάχιστον 18 λεπτά;
- vii. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.
- viii. Να κατασκευάσετε ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.
- ix. Να βρείτε την μέση τιμή, την διάμεσο και την διακύμανση των χρόνων αναμονής των πελατών της τράπεζας.

Απ: iii. 52% iv. 40 v. 39 vi. 20% ix. 13, 12,6..., 31,25

Άσκηση 4

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων – σχετικών συχνοτήτων.

$[\quad)$	x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
[20, 28)				20	
[28, 36)			20		
	40				75
[44, 52)					
	56	5			
	Σύνολο	40			

Άσκηση 5

Η μέση επίδοση στο μάθημα των Μαθηματικών 18 μαθητών και 12 μαθητριών μιας τάξης είναι 16,8.

- i. Αν η μέση επίδοση των μαθητριών είναι 15,6, να βρείτε τη μέση επίδοση των μαθητών.
- ii. Ο καθηγητής της τάξης ανακοινώνει ότι θα priμοδοτήσει με δύο μονάδες όσους/όσες έχουν ιδιαίτερα καλή παρουσία μέσα στην τάξη και ταυτόχρονα θα αφαιρέσει μία μονάδα στους/στις υπόλοιπους/ες μαθητές/τριες. Αν τελικά ο νέος μέσος όρος της τάξης είναι κατά μία μονάδα μεγαλύτερος από τον αρχικό, να βρείτε πόσα παιδιά κέρδισαν τις δύο παραπάνω μονάδες.

Απ: i. 17,6 ii. 20

Άσκηση 6

Το μέσο ύψος 9 παικτών μιας ομάδας μπάσκετ είναι 207cm.

- i. Για να "ψηλώσει" την ομάδα ο προπονητής, πήρε έναν ακόμη παίκτη ύψους 215cm. Ποιο θα είναι το νέο μέσο ύψος της ομάδας;
- ii. Αν ο προπονητής ήθελε να ψηλώσει την ομάδα του κατά 2cm, πόσο ύψος έπρεπε να είχε ο παίκτης που πήρε;

Απ: i. 207,8cm ii. 227cm

Άσκηση 7

Ένας μαθητής που γνωρίζει τους βαθμούς των 10 μαθημάτων που θα πάρει στον έλεγχο του, υπολογίζει τον μέσο όρο τους και την τυπική τους απόκλιση και βρίσκει ότι $\bar{X}=14$ και $s=2\sqrt{2}$. Στον έλεγχο του όμως διαπιστώνει ότι σ' ένα μάθημα αντί για 18 έχει πάρει 8. Ποια είναι η νέα μέση τιμή και ποια η νέα τυπική απόκλιση.

Απ: $\bar{X}=13, s=3$

Άσκηση 8

Οι μηνιαίες αποδοχές 15 υπαλλήλων μιας εταιρίας σε εκατοντάδες ευρώ είναι οι εξής:

27, 31, 29, 31, 27, 26, 28, 25, 31, 30, 29, 24, 26, 27, 29

- i. Να υπολογίσετε το εύρος, τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την τυπική απόκλιση των μηνιαίων αποδοχών.
- ii. Οι μηνιαίες αποδοχές των υπαλλήλων της εταιρείας παρουσιάζουν ομοιογένεια;
- iii. Αν οι υπάλληλοι συμφωνήσουν να συνεισφέρουν 150 ευρώ ο καθένας από τις αποδοχές τους για να στηρίξουν το έργο των «γιατρών χωρίς σύνορα», ποια θα είναι η νέα μέση τιμή, η διάμεσος και η τυπική απόκλιση των αποδοχών τους;
- iv. Αν στις αποδοχές των υπαλλήλων γίνει αύξηση 10% ποια θα είναι η νέα μέση τιμή, η διάμεσος και η τυπική απόκλιση.
- v. Οι αποδοχές των υπαλλήλων των οποίων οι μηνιαίες αποδοχές είναι μικρότερες από την αρχική μέση τιμή $\bar{X}$ αυξάνονται και γίνονται ίσες με αυτήν. Ποια είναι η νέα μέση τιμή και ποια η νέα διάμεσος;

Απ: i. $R=700\text{€}$ $\bar{X}=\delta=2800\text{€}$ $s\cong 1023\text{€}$ ii. όχι iii. $\bar{X}=\delta=2650\text{€}$ $s\cong 1023\text{€}$

iv. $\bar{X}=\delta=3080\text{€}$ $s\cong 1125,3\text{€}$ v. $\bar{X}=2893\text{€}$ $\delta=2800\text{€}$

Άσκηση 9

Ο μέσος μισθός των εργαζομένων σε μια επιχείρηση είναι 1.800 ευρώ. Ο μέσος μισθός των ανδρών είναι 2.000 ευρώ ενώ ο μέσος μισθός των γυναικών είναι 1.500 ευρώ.

- i. Να βρείτε το ποσοστό των ανδρών και των γυναικών που εργάζονται στην επιχείρηση.
- ii. Η επιχείρηση αποφασίζει να δώσει αύξηση κατά 20 % σε όλους τους υπαλλήλους. Λόγω προβλημάτων όμως, παρακρατά από τον τελικό μισθό κάθε εργαζόμενου ένα

σταθερό ποσό. Ο τελικός συντελεστής μεταβολής είναι 60% μεγαλύτερος του αρχικού. Υπολογίστε το ποσό που παρακρατήθηκε.

- iii. Οι εργαζόμενοι αντιπροτείνουν στην εταιρεία να δώσει αύξηση 600 ευρώ σε όσους υπαλλήλους εργάζονται πραγματικά και να περικόψει τον μισθό κατά 600 ευρώ στους υπόλοιπους. Αν γνωρίζετε ότι η επιχείρηση απασχολεί 50 υπαλλήλους και ότι με αυτή την συμφωνία ο μέσος μισθός των εργαζομένων αυξάνεται κατά 360 ευρώ, να υπολογίσετε τον αριθμό των υπαλλήλων που θα πάρουν την αύξηση.
- iv. Μια άλλη πρόταση που κάνουν οι εργαζόμενοι είναι να δουλέψουν όλοι σκληρά και αν η επιχείρηση πάει καλά στον επόμενο χρόνο, να δώσει αύξηση 20% στους μισθούς και μπόνους ίσο με το 30% του μέσου μισθού σε κάθε έναν από τους 50 εργαζόμενους. Να υπολογίσετε τον νέο συντελεστή μεταβλητότητας αν γνωρίζετε ότι ο αρχικός ήταν 25%.

Απ: i. Άνδρες: 60% γυναίκες: 40% των εργαζομένων ii. 810 iii. 40 iv. 20%

Άσκηση 10

Έστω n άνθρωποι που ο καθένας είναι $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ετών. Δίνεται ότι το δείγμα

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ των ηλικιών τους έχει συντελεστή μεταβολής 20% και μετά από 25 χρόνια γίνεται για πρώτη φορά ομοιογενές.

- i. Να βρεθεί η μέση ηλικία των παραπάνω ατόμων και η τυπική τους απόκλιση.
- ii. Να βρεθεί η μέση τιμή του δείγματος $x_1^2, x_2^2, x_3^2, \dots, x_n^2$.
- iii. Έστω ότι οι ηλικίες $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ακολουθούν την κανονική κατανομή.
 - 1) Αν ο μικρότερος στην ηλικία είναι 10 ετών, να βρεθεί η μεγαλύτερη από αυτές προσεγγιστικά.
 - 2) Η διάμεσος.
 - 3) Να βρεθεί το ποσοστό των ανθρώπων που οι ηλικίες τους είναι από 10 έως 15.
 - 4) Αν $n=200$, πόσοι άνθρωποι έχουν ηλικία από 30 έως 35;

Απ: i. $\bar{x}=25$ $s=5$ ii. 650 iii. 1) $x_{\max}=40$ 2) $\delta=25$ 3) 2,35% 4) 27 άνθρωποι

Άσκηση 11

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή της διάρκειας ζωής 100 ηλεκτρικών συσκευών.

- i. Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τις στήλες των κεντρικών τιμών, των σχετικών συχνοτήτων (επί τοις εκατό), των αθροιστικών συχνοτήτων και των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων (επί τοις εκατό).
- ii. Να κατασκευάσετε:
 - 1) Το ιστόγραμμα συχνοτήτων και το πολύγωνο συχνοτήτων.
 - 2) Το ιστόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- iii. Να υπολογίσετε:
 - 1) Τη μέση τιμή.
 - 2) Τη διάμεσο.
- iv. Πόσες συσκευές έχουν διάρκεια ζωής μικρότερη από εκείνες των οποίων η διάρκεια ζωής παρουσιάζει τη μέγιστη συχνότητα;

Διάρκεια ζωής (σε έτη)	Συχνότητα n_i
[10, 12)	8
[12, 14)	16
[14, 16)	28
[16, 18)	32
[18, 20)	12
[20, 22)	4
[22, 24)	0

Απ: iii. $\bar{x}=15,72$ $\delta \cong 5$ ii. 650 iv. 52

Άσκηση 12

Η μέση τιμή και η διακύμανση των 7 τιμών ενός δείγματος είναι $\bar{x} = 6$ και $s^2 = 15$ αντίστοιχα.

Αν για τις 6 τιμές του δείγματος ισχύει $\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = 24$, να βρείτε την έβδομη τιμή.

Απ: 15 ή -3

Άσκηση 13

Αν για το σύνολο n παρατηρήσεων είναι $s = \sqrt{2}$, $\bar{x} = 3$ και $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 99$, να υπολογίσετε το n .

Απ. 9

Άσκηση 14

Οι ηλικίες των καθηγητών ενός σχολείου δίνονται στο παρακάτω πίνακα σχετικών συχνοτήτων, στον οποίο λείπει η τιμή της τελευταίας κλάσης.

Ηλικίες	f_i %
[25, 35)	16
[35, 45)	12
[45, 55)	40
[55, 65)	

- Να βρεθεί το ποσοστό των καθηγητών που έχουν ηλικία από 55 έως 65 έτη.
- Να βρεθεί η μέση ηλικία των καθηγητών.
- Να βρεθεί το ποσοστό των καθηγητών που έχουν ηλικία x , όπου $x \in [30, 45) \cup [55, 65)$.
- Αν 26 είναι οι καθηγητές που έχουν ηλικία x , με $35 \leq x \leq 55$, να βρεθεί το πλήθος όλων των καθηγητών του σχολείου.

Απ: i. 32% ii. $\bar{x} = 48,8$ iii. 52% iv. 50

Άσκηση 15

Οι σημερινές ηλικίες n φίλων έχουν $CV_1 = 5\%$, ενώ πριν από 16 χρόνια είχαν $CV_2 = 25\%$.

- Να αποδείξετε ότι η μέση σημερινή τους ηλικία είναι 20 έτη.
- Πριν πόσα χρόνια από σήμερα το δείγμα των ηλικιών τους ήταν για πρώτη φορά ομοιογενές;
- Αν το άθροισμα των τετραγώνων των σημερινών ηλικιών τους είναι 1604, να βρείτε το πλήθος n των φίλων.

Απ: ii. 10, iii. 4

Άσκηση 16

Οι μηνιαίες αποδοχές 100 υπαλλήλων μιας επιχείρησης, σε εκατοντάδες ευρώ, κυμαίνονται μεταξύ 20 και 30 εκατοντάδων ευρώ. Ακόμη γνωρίζουμε ότι:

10 υπάλληλοι αμείβονται με 22 εκατοντάδες ευρώ και κάτω

30 υπάλληλοι αμείβονται με 24 εκατοντάδες ευρώ και κάτω

40 υπάλληλοι έχουν μισθούς μεγαλύτερους από 26 εκατοντάδες ευρώ και

10 υπάλληλοι έχουν μισθούς μεγαλύτερους από 28 εκατοντάδες ευρώ.

- i. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την τυπική απόκλιση των μισθών.
- ii. Να εξετάσετε αν οι μισθοί των υπαλλήλων της επιχείρησης έχουν ομοιογένεια.

Απ: i. $\bar{x}=25,2$ $\delta=25,3...$ $s \cong 2,27$ ii. ναι

Άσκηση 17

Δώδεκα μαθητές μιας τάξης εκτίμησαν το ύψος ενός καμπαναριού μιας εκκλησίας. Οι εκτιμήσεις τους σε μέτρα είναι:

47, 52, 52, 54, 52, 50, 51, 50, 48, 53, 54, 49.

- i. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των εκτιμήσεων.
- ii. Ένας μαθητής από τους δώδεκα αναθεώρησε την εκτίμησή του και η νέα μέση τιμή των 12 εκτιμήσεων είναι $\bar{x}+0,5$. Βρείτε κατά πόσο αυξήθηκε η εκτίμηση αυτού του μαθητή.
- iii. Ο καθηγητής της τάξης έκανε κι αυτός μια εκτίμηση για το ύψος του καμπαναριού και όταν αυτή προστέθηκε στις αρχικές 12, η νέα μέση τιμή των 13 πια εκτιμήσεων είναι $\bar{x}+0,5$. Βρείτε την εκτίμηση του καθηγητή.

Απ: i. $\bar{x}=51$ $\delta=51,5$ ii. 6 iii. 57,5

Άσκηση 18

Από τους 10 παίκτες μιας ομάδας μπάσκετ οι 4 είναι Έλληνες και η μέση τιμή του ύψους τους είναι 200 εκ., οι 4 είναι κοινοτικοί και η μέση τιμή του ύψους τους είναι 208 εκ., και οι άλλοι δύο μη κοινοτικοί ξένοι και η μέση τιμή του ύψους τους είναι 204 εκ.

- i. Ποια είναι η μέση τιμή του ύψους των παικτών της ομάδας.

- ii. Κατά την διάρκεια της αγωνιστικής περιόδου ο ένας μη κοινοτικός ξένος παίκτης που είχε ύψος 200 εκ. πήρε μεταγραφή σε άλλη ομάδα και ο προπονητής ήθελε στη θέση του να πάρει έναν Έλληνα. Πόσο πρέπει να είναι το ύψος του Έλληνα παίκτη, ώστε η μέση τιμή του ύψους της ομάδας να είναι 205 εκ.

Απ: i. 204 ii. 210

Άσκηση 19

Σε εργοστάσιο συσκευασίας αλατιού, ο υπεύθυνος ισχυρίζεται ότι σε κάθε σάκο αλατιού περιέχονται 25 κιλά. Επιλέχθηκαν 80 σάκοι και μετρήθηκε η μάζα (x σε κιλά) του κάθε σάκου. Τα αποτελέσματα ήταν τα εξής: $\sum_{i=1}^{80} (x_i - 25) = 27,2$ και $\sum_{i=1}^{80} (x_i - 25)^2 = 85,1$. Να βρείτε την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των μαζών.

Απ: i. $\bar{x} = 25,34$ $s \cong 0,97$

Άσκηση 20

Σ' ένα δείγμα με κανονική καμπύλη συχνοτήτων το 83,85% των τιμών βρίσκονται στο διάστημα (15, 25) με άκρα του διαστήματος αυτού να είναι κάποιες από τις χαρακτηριστικές τιμές $\bar{x} - 3s$, $\bar{x} - 2s$, ..., $\bar{x} + 3s$. Αν γνωρίζετε ότι ο συντελεστής μεταβολής υπερβαίνει το 12,5%, να βρείτε:

- i. Την μέση τιμή, την διάμεσο, την τυπική απόκλιση, και το εύρος του δείγματος.
ii. Το ποσοστό των τιμών που είναι πάνω από 22,5.

Απ: i. $\bar{x} = \delta = 17,5$ $s \cong 2,5$ $R \cong 15$ ii. 2,5%