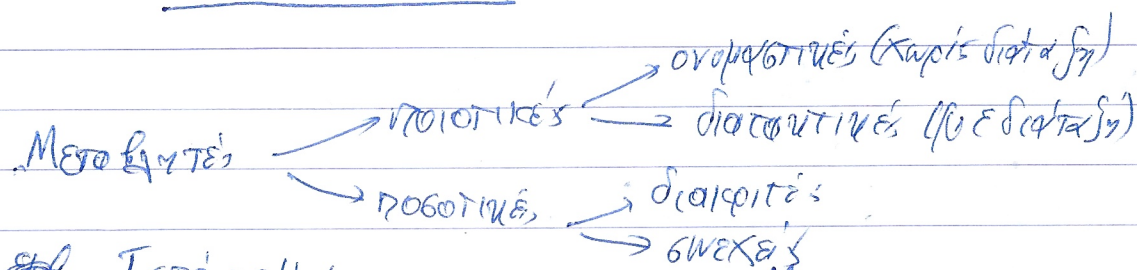
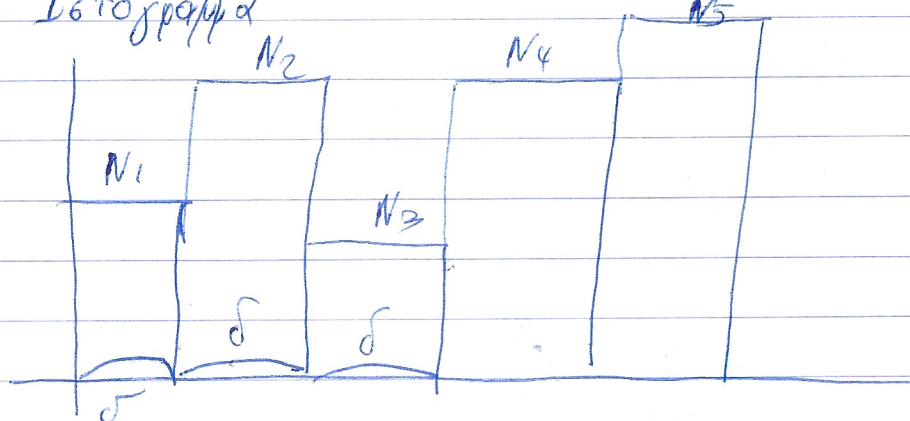


ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ



☞ Ιστογράμμο



$$\text{Εμβαδόν} = N_1 \cdot \delta + N_2 \cdot \delta + \dots + N_5 \cdot \delta = N \cdot \delta$$

Ιστογράμμο $\rightarrow$ σε ποσοτικές

Δίνουμε προσαγωγή σε 3 πράγματα

Σχήμα, Κέντρο κατανομής, Διασπορά

Επικρατούσα τιμή, η πιο συχνά εμφανιζόμενη παρατήρηση

Διακρούση κατανομής υπάρχουν 2 ομάδες παρατηρήσεων

Ομοιομορφία = όλοι οι (6τοι) έχουν ίδιο ύψος

Συμμετρία: Μια κατανομή λέγεται συμμετρική εάν ηφί τα 2 μισά εκατέρωθεν του κέντρου είναι το ένα ακριβές ερώδιο του άλλου

ΜΕΤΡΑ ΘΕΣΗΣ

σε $X_1, X_2, \dots, X_N$ παρατηρήσεις

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (\text{Μέση τιμή ή αριθμητικός μέσος})$$

Ιδιότητα μέσος τιμής

1) Αν $X_1 = X_2 = \dots = X_N = k$ τότε $\bar{X} = k$

2) Αν $Y_i = X_i + b$ τότε $\bar{Y} = \bar{X} + b$

3) Αν $Y_i = aX_i$ τότε $\bar{Y} = a\bar{X}$

4) Αν $Y_i = aX_i + b$ τότε $\bar{Y} = a\bar{X} + b$

5) $\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) = 0$

6) Το $\sum_{i=1}^N (x_i - k)^2$ ελάχιστο αν $k = \bar{x}$

Αποδ.

$$\frac{d}{dk} \sum_{i=1}^N (x_i - k)^2 = \frac{d}{dk} \left(\sum_{i=1}^N x_i^2 - 2k \sum_{i=1}^N x_i + Nk^2 \right)$$

$$= 0 - 2 \sum_{i=1}^N x_i + 2Nk = -2 \sum_{i=1}^N x_i + 2Nk$$

$$\frac{d}{dk} \sum_{i=1}^N (x_i - k)^2 = 0 \Leftrightarrow -2 \sum_{i=1}^N x_i + 2Nk = 0 \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = k \Leftrightarrow k = \bar{x}$$

Επίσης

$$\frac{d^2}{dk^2} \left(\sum_{i=1}^N (x_i - k)^2 \right) = 2N > 0$$

ήρα η συνάρτηση $f(k) = \sum_{i=1}^N (x_i - k)^2$ παρουσιάζει ελάχιστο

όταν $\boxed{k = \bar{x}}$

2) Σταθμικός βέρος

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N \phi_i x_i}{\sum_{i=1}^N \phi_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \phi_i} \sum_{i=1}^N \phi_i x_i = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\phi_i}{\sum_{i=1}^N \phi_i} \right) x_i$$

Αν δε θέσω το $\frac{\phi_i}{\sum_{i=1}^N \phi_i} = \phi_i^*$ (πρόβόλες)

Τότε $\bar{X} = \sum_{i=1}^N f_i^* x_i$ όπου $0 \leq f_i \leq 1$

Για τον αριθμητικό μέσο ισχύει $f_i = 1$ και $f_i^* = \frac{1}{N}$

3) ΔΙΑΜΕΡΟΣ Μ

Διατάσσουμε τις παρατηρήσεις και

i) $N = \text{περιττός}$ τότε η διαμέρος M είναι η μέση

τιμή της $\frac{N+1}{2}$ τής

ii) $N = \text{αρτίος}$ τότε η διαμέρος M είναι η μέση τιμή των $\frac{N}{2}$ τών που είναι στις θέσεις $\frac{N}{2}$ και $\frac{N}{2} + 1$

ΚΑΝΟΝΑΙΣ

Συμμετρική, μονοκόρυφη $\Rightarrow$ Μέση τιμή
 Ασυμμετρική, βραχύνει, πολυκόρυφη $\Rightarrow$ Διαμέρος.
 Εξωκέντρες παρατηρήσεις

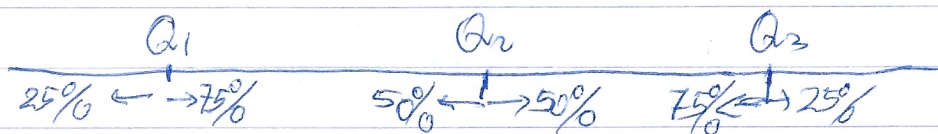
ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΣΤΟΡΑΣ

1) ΕΥΡΟΣ (E) η (R)

$$E = \max(x_i) - \min(x_i)$$

2) Τεταρτημοριακό εύρος (IQR)

$$IQR = Q_3 - Q_1$$



3) Μέση απόκλιση

4) Διακύμανση (variance)

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

5) ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ (standard deviation)

$$S = \sqrt{S^2} \quad S \approx 6$$

Ιδιότητες της διακύμανσης

α) Αν $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ τότε $S^2 = 0$

β) Αν $y_i = x_i + b$ τότε $S_y^2 = S_x^2$

γ) Αν $y_i = a x_i$ τότε $S_y^2 = a^2 S_x^2$ και $S_y = |a| S_x$

δ) Αν $y_i = a x_i + b$ τότε $S_y = |a| S_x$

6) Συντελεστής μεταβλητότητας

$$C_v = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 \%$$

ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΙ (αφαινούμε την αδευτερίδα δεξιά)

Λογαριθμίζουμε γινόμενα δεδομένων (γίνεται γραμμικά)

$$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y = z - w$$

Πόρους - ηθόδοι

$$A = \frac{P_1}{P_0} \quad \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{\Delta P}{P_0} = \tau \Rightarrow \frac{P_1}{P_0} - 1 = \tau \Rightarrow$$

$$\frac{P_1}{P_0} = 1 + \tau \Leftrightarrow P_1 = P_0(1 + \tau) \text{ (ΤΥΠΟΣ ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΥ)}$$

ΓΕΟΜΕΤΡΙΚΟΣ ΜΕΣΟΣ

Έστω N σε βεβαί θετικών τιμών $x_1, x_2, \dots, x_n$

τότε ο γ.μ. είναι $G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$

$$\log G = \frac{1}{n} [\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n]$$

- ο γ.μ. χρησιμοποιείται στα οικονομικά ως μέσος όρος λόγων ή ποσοστών, είναι ανθεκτικός στις ακραίες τιμές

ΜΕΣΟΣ ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ R ΤΩΝ
ΤΙΜΩΝ ΜΙΑΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΕΙΡΑΣ

Έστω χρονολογική σειρά παρατηρήσεων σε $n+1$ έτη:

ΕΤΟΣ : 0 1 2 ... , n
Timesing : x_0 x_1 x_2 ... , x_n

λόγοι : $\frac{x_1}{x_0}, \frac{x_2}{x_1}, \frac{x_3}{x_2}, \dots, \frac{x_n}{x_{n-1}}$

οι λόγοι της κάθε περιόδου ως προς προηγούμενη

ο μέσος ρυθμός μεταβολής (z) είναι:

$$z = G - 1 = \sqrt[n]{\frac{x_1}{x_0} \cdot \frac{x_2}{x_1} \cdot \dots \cdot \frac{x_n}{x_{n-1}}} - 1 = \sqrt[n]{\frac{x_n}{x_0}} - 1 \Leftrightarrow$$

$$z+1 = \sqrt[n]{\frac{x_n}{x_0}} \Leftrightarrow \boxed{x_n = x_0 \cdot (1+z)^n}$$

Τοχία

$$G \leq \bar{X}$$

Ο γεωμετρικός μέσος είναι $\leq$ του αριθμητικού μέσου

ΑΔΚΗΔΕΙΣ

ΑΔΚΗ ΔΕ ένα πληθυσμό ο επιδημιολόγος μιας ασθένειας
 αυξήθηκε κατά 2% την μια χρονιά
 έπεσε 1% την επόμενη
 αυξήθηκε 2% >> >>
 >> 1% >> >>

Πόσο αυξήθηκε κατά μέσο όρο ανά έτος
 η ασθένεια;

Ετήσιος επιδημιολόγος μιας ασθένειας:

το ποσοστό (ή ανάλογα) του πληθυσμού που έχει
 την ασθένεια την χρονική στιγμή t)

Αύση

Επειδή αυτοί οι παρόχοντες επιδρομ
πολλαπλασιαστικούς θα χρησιμοποιήσουμε γ.μ

$$G = (1,02 \cdot 0,99 \cdot 1,02 \cdot 1,01)^{\frac{1}{4}} = 1,01$$

Ανν. κατά μέσο όρο ανά έτος η ασθένεια αυξήθηκε
 κατά 1%.

ΑΔΚΕ Εφαρμογή 3.11 Σελ. 60

1960 μεταβάτσαν 47.768 μαν.

1970 >> 92.624 >>

Να βρεθεί ο μέσος ~~αριθμ~~ ετήσιος ριθμός μεταβολής
 του αριθμού μεταβάτων από το 1960 έως το 1970

Αύση

$$G = \left(\frac{X_{70}}{X_{60}} \right)^{\frac{1}{10}} = \left(\frac{92.624}{47.768} \right)^{\frac{1}{10}} = 1,069$$

$$\bar{c} = G - 1 = 1,069 - 1 = 0,069 = 6,9\%$$

Ασκ3/ Εφαρμογή 3.12 σελ. 70

Οι δανειακές ανάγκες μιας επιχείρησης υποτετραπλασιάζονται σε μία τριετία. Να βρεθεί ο μέσος ετήσιος ~~αύξησης~~ ρυθμός μείωσης τους.

Πύξη

$$\frac{x_3}{x_0} = \frac{1}{4}$$

$$G = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 0,63$$

$$\bar{c} = G - 1 = 0,63 - 1 = -0,37 = -37\%$$

Ασκ4/ Εφαρμογή 3.13 σελ. 70

Οι πωγές ενός προϊόντος το 2000 $\rightarrow$ 100 τγ

και για τα επόμενα 3 χρόνια είχαν αύξσεις 12%, 0% και 45% αντίστοιχα. Να βρεθούν οι πωγές του π το 2003 και ο μέσος ετήσιος ρυθμός αύξησης τους.

~~Πύξη~~ [Πύξη]

$$\pi_{2001} = 112 \text{ τγ} \quad \pi_{2002} = 112 \text{ τγ} \quad \pi_{2003} = 112 \cdot 1,45 = 162,4 \text{ τγ}$$

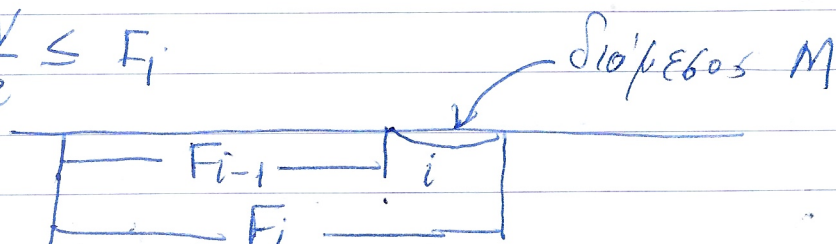
$$G = \sqrt[3]{1,12 \cdot 1,00 \cdot 1,45} = 1,175$$

$$\bar{c} = G - 1 = 1,175 - 1 = 0,175 = 17,5\%$$

ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Η θέση που βρίσκεται η διαμέσος M είναι στην θέση $\frac{N}{2}$

$$F_{i-1} \leq \frac{N}{2} \leq F_i$$



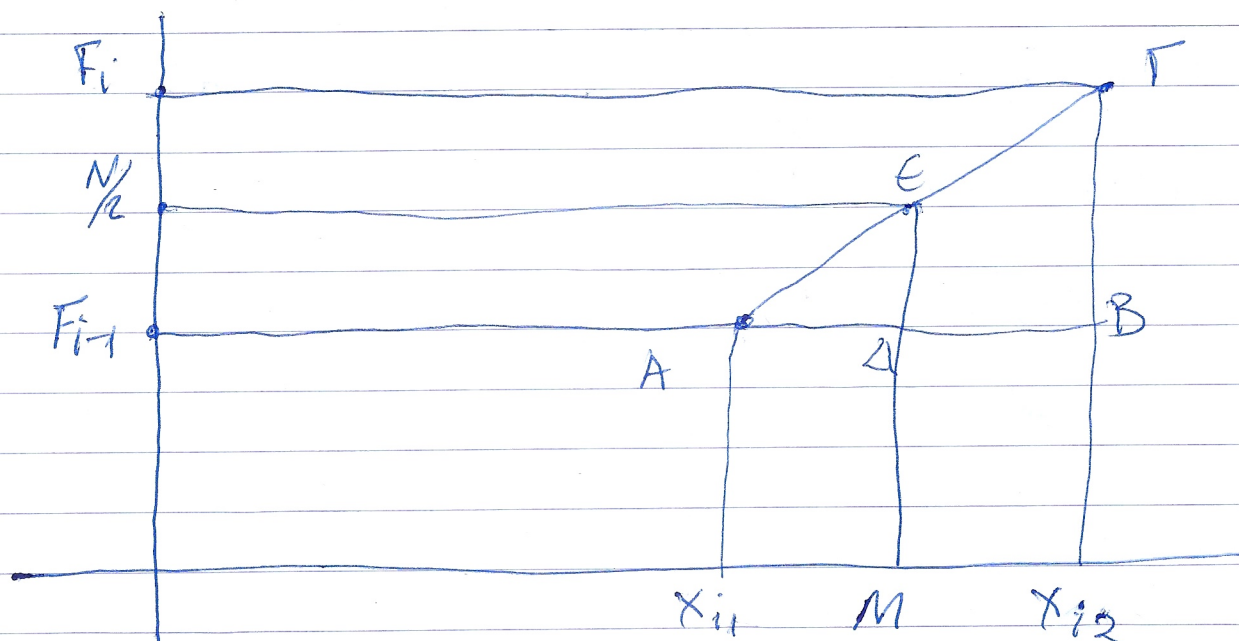
$$M = x_i + \delta \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \quad (1)$$

x_i = είναι η αρχή του i υποδιαστήματος που περιέχει την διαμέσο

δ = το εἶδος των ίδων υποδιαστημάτων

f_i = η συχνότητα του i διαστήματος

F_{i-1} = η αθρ. συχν. του προηγούμενου υποδιαστήματος



9

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AG}{BG} \rightarrow \frac{M - X_{ii}}{X_{i2} - X_{ii}} = \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{F_i - F_{i-1}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{M - X_{ii}}{\delta} = \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \Leftrightarrow M = X_{ii} + \delta \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i}$$

Γενικεύοντας τον τύπο ① για οποιοδήποτε k -ποσοστό έχουμε:

$$Q_1 = X_{ii} + \delta \frac{\frac{N}{4} - F_{i-1}}{f_i} \quad (2)$$

$$Q_3 = X_{ii} + \delta \frac{\frac{3N}{4} - F_{i-1}}{f_i} \quad (3)$$

$$P_{k\%} = X_{ii} + \delta \frac{\frac{kN}{100} - F_{i-1}}{f_i} \quad (4)$$

ΠΑΝΟΣ ΣΑΡΑΚΗΝΟΣ

ΠΡΚ5 Παράδειγμα 3.17 Σελ. 77.

Στις 2 πρώτες στήλες του επόμενου πίνακα δίνεται η κατανομή των μηνιαίων δαπανών για μετακινήσεις 20 ατόμων σε ευρώ

ΔΑΠΑΝΕΣ (Ευρώ)	ΑΡΙΘΜΟΣ ΑΤΟΜΩΝ (f_i)	F_i
10 - < 20	6	6
20 - 30	8	14
30 - 40	4	18
40 - 50	2	20
	$N = 20$	

- (i) Να βρεθούν οι M , Q_1 , Q_3 και $P_{40\%}$ και να ερμηνευθούν οι έννοιες των τιμών τους.
 (ii) Να βρεθεί γραφικά η διαμέσος M
 (iii) Να βρεθεί υπολογιστικά ο αριθμός A των ατόμων που δαπανούν λιγότερο από 45 ευρώ και να επιβεβαιωθεί διαχρηματικά.
 Λύση

i) α) $M = \frac{N}{2} = \frac{20}{2} = 10$ δηλ η διαμέσος είναι η τιμή

που κατέχει τη 10^η θέση.

Άρα η M βρίσκεται στο $\boxed{i=2}$ υπολόγισμα.

και $M = X_{21} + \frac{\frac{N}{2} - F_1}{f_2} = 20 + 10 \cdot \frac{10 - 6}{8} = 20 + 5 = 25$

Άρα κάτω από 25 ευρώ δαπανούν το 50% των ατόμων.

$$b) Q_1 \quad Q_1 = \frac{N}{4} = 5 \text{ άρα } i=1$$

$$Q_1 = X_{11} + \delta \frac{N}{4} - \frac{F_1 - F_0}{f_1} = 10 + 10 \frac{5 - 0}{6} = 18,3$$

οπότε πάλι από 18,3 ευρώ δανιστεί το 25% των απόρων

$$γ) Q_3 \quad Q_3 = \frac{3N}{4} = \frac{60}{4} = 15 \Rightarrow i=3$$

$$Q_3 = X_{31} + \delta \frac{3N}{4} - \frac{F_3 - F_2}{f_3} = 30 + 10 \frac{15 - 14}{4} = 32,5$$

οπότε πάλι από 32,5 ευρώ δανιστεί το 75% των απόρων

$$δ) P_{40\%} \quad P_{40\%} = \frac{40N}{100} = \frac{40 \cdot 20}{100} = 8 \Rightarrow i=2$$

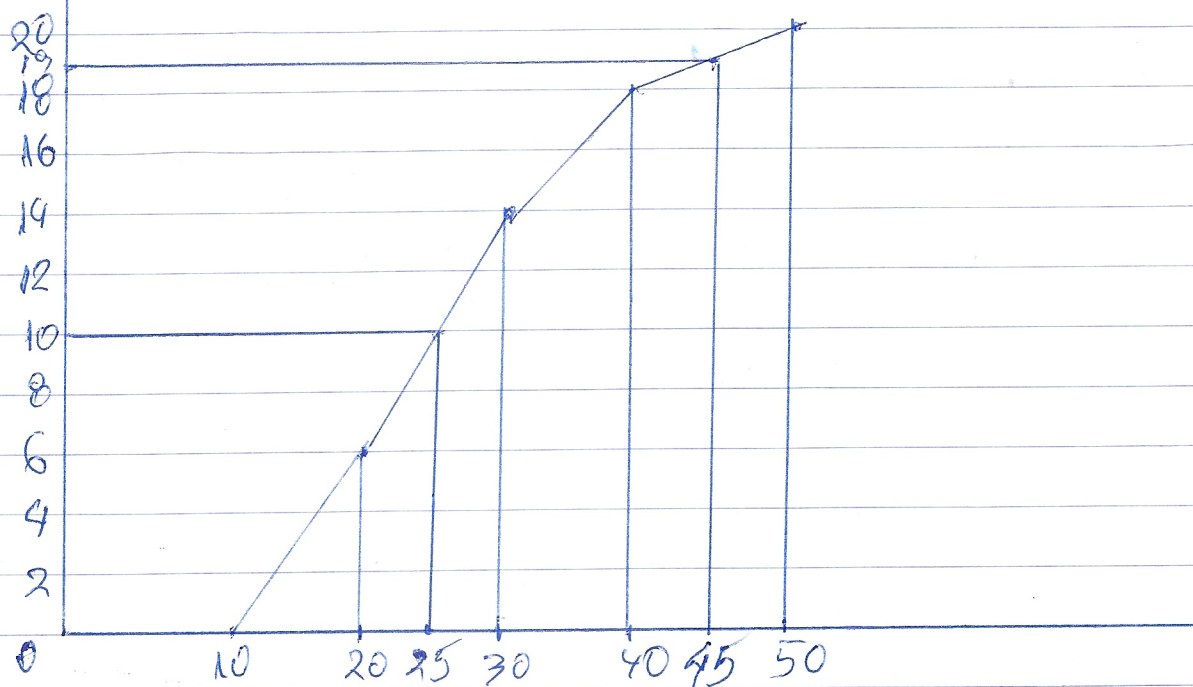
$$P_{40\%} = X_{21} + \delta \frac{40N}{100} - \frac{F_1 - F_0}{f_2} = 20 + 10 \frac{8 - 6}{8} = 22,5$$

Άρα πάλι από 22,5 ευρώ δανιστεί το 40% των απόρων.

ii) Η τιμή 45 βρίσκεται στο $i=4$ υποδιαίεττα άρα

$$T = X_{41} + \delta \frac{A - F_3}{f_4} \Rightarrow 45 = 40 + 10 \frac{A - 18}{2} \Rightarrow 5 = 5A - 90 \Rightarrow$$

$$5A = 95 \Rightarrow \boxed{A = 19}$$

α) F_1 

Για τα μέτρα διασποράς αποδεικνύεται ότι:

- 1) Αν όλες οι τιμές μεταβληθούν κατά τον ίδιο αριθμό b δηλ τα μέτρα διασποράς, εκτός από τον συντελεστή μεταβλητότητας δεν μεταβάλλονται.
- 2) Αν όλες οι τιμές πολλαπλασιαστούν επί του ίδιου αριθμού a τότε:
 - i) Το εύρος E πολλαπλασιάζεται επί a
 - ii) η μέση απόκλιση MA πολλαπλασιάζεται επί a
 - iii) η διακύμανση σ^2 πολλαπλασιάζεται επί a^2
 - iv) η τυπική απόκλιση σ πολλαπλασιάζεται επί a
 - v) η $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ τεταρτημοριακή απόκλιση πολλαπλασιάζεται επί a
 - vi) ο συντελεστής μεταβλητότητας CV δεν μεταβάλλεται

ΤΥΠΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

Ξεχωρίζουμε την τιμή $\bar{X}$ μιας μεταβλητής X με N τιμές, που έχει μέσο $\bar{X}$ και διακύμανση σ^2 αντιστοιχούμε σε φαινομενικές περιπτώσεις την τιμή

$$z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma_X}$$

που λέγεται <<τυποποιημένη τιμή>> της τιμής X_i .

Γιχνα: $X_i = \bar{X} + z_i \cdot \sigma_X$

Αντικαθιστώντας την X_i ανήκα από την $\bar{X}$ έχουμε την συνήκη από-
κλίση σ_X (δηλ. οι τυπικές αποκλίσεις)

Πρόταση Η μεταβλητή $z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma_X}$ με τιμές z_i που λέγεται
τυποποιημένη μεταβλητή της X έχει $\bar{z} = 0$ και $\sigma_z^2 = 1$

Απόδ

Έστω $y_i = X_i - \bar{X}$ τότε $\bar{y} = \bar{X} - \bar{X} = 0$

$$z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma_X} \Rightarrow \bar{z} = \frac{1}{\sigma_X} \cdot \bar{y} = 0 \Rightarrow \boxed{\bar{z} = 0}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^2 &= \frac{1}{n} \sum (z_i - \bar{z})^2 = \frac{1}{n} \sum z_i^2 = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma_X} \right)^2 \\ &= \frac{1}{\sigma_X^2} \cdot \frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{\sigma_X^2} \cdot \sigma_X^2 = 1 \Rightarrow \sigma_z^2 = 1 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\boxed{\sigma_z = 1}$$

Αντίστροφα z_i $\bar{z} = 0$ $\sigma_z = 1$

δηλαδή $X_i = \bar{X} + \sigma_X \cdot z_i \Rightarrow X_i - \bar{X} = \sigma_X \cdot z_i$

ΑΣΚ 6 Εφαρμογή 3.2.3 Σελ. 90

Αν η μεταβλητή X έχει $\bar{X}=50$ και $\sigma^2=25$

(i) Να τυποποιηθούν οι τιμές της 40 και 59,8

(ii) Να βρεθούν οι τιμές της X που έχουν τυποποιημένες τιμές $Z_1=-1$ και $Z_2=2,58$.

Λύση

$$Z_{40} = \frac{40-50}{5} = -2 \quad Z_{59,8} = \frac{59,8-50}{5} = 1,96$$

$$X_1 = \bar{X} + Z_1 \cdot \sigma_x = 50 - 1 \cdot 5 = 45$$

$$X_2 = \bar{X} + Z_2 \cdot \sigma = 50 + 2,58 \cdot 5 = 62,9$$

ΑΣΚ 7 Οι μισθοί στον οργανισμό X έχουν $\bar{X}=1000$ ευρώ και $\sigma_x=50$ ευρώ, ενώ στον οργανισμό Y έχουν μέσο $\bar{Y}=1200$ ευρώ και $\sigma_y=100$ ευρώ. Οι κατανομές τους είναι κανονικές.

Αν ένας εργαζόμενος στον οργανισμό X έχει μιστό 1100 ευρώ και ένας στον Y έχει μιστό 1300 ευρώ ποιος θεωρείται πιο υψηλόμισθος, δηλαδή ξεχωριστά καλύτερος στον οργανισμό του;

Λύση

Τυποποιούμε τους 2 μισθούς και έχουμε:

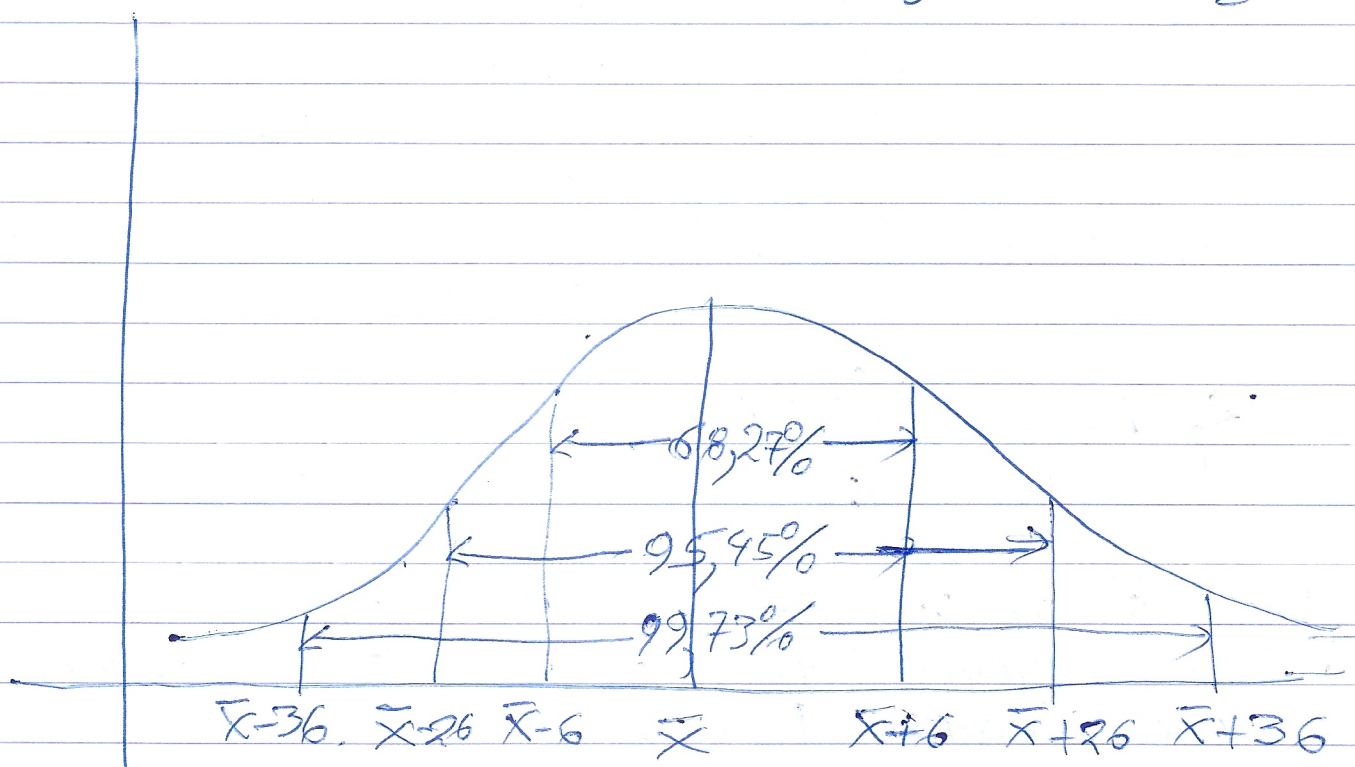
$$Z_x = \frac{1100-1000}{50} = 2 \quad \text{ενώ} \quad Z_y = \frac{1300-1200}{100} = 1$$

Άρα ο εργαζόμενος στον X , που ο μιστός του είναι μεγαλύτερος κατά 2 τυπικές αποκλίσεις από το μέσο του είναι πιο υψηλόμισθος από τον εργαζόμενο στον Y που ο μιστός του είναι μεγαλύτερος κατά μία τυπική απόκλιση.

15

$$n\% (X > 1100) = n\% (X > \bar{X} + 2\sigma_x) = \left(50 - \frac{95,45}{2}\right)\% = 2,275\%$$

$$n\% (X > 1300) = n\% (Y > \bar{Y} + 1\sigma_y) = 50 - \frac{68,75}{2} = 15,865\%$$



Υπενθύμιση Σε εξάρτη αβυρβερίας μετανομέ

$$\omega \quad \bar{X} - M_0 \approx 3(\bar{X} - M)$$

όπου M (ή $\bar{X}$): διάμεσος

M_0 = επηρεαστική τιμή

$$\bar{X} = \mu_0$$

Κριτήριο αβυρβερίας προς κατανομή

1) Κριτήριο κατά Pearson

Βαθιάται στο πρόβλημα της διαφοράς $\bar{X} - M_0$

- Αν $\bar{X} - M_0 > 0$ τότε έχουμε θετική αβυρβερία
- Αν $\bar{X} - M_0 < 0 \Rightarrow \Rightarrow$ αρνητική $\Rightarrow$
- Αν $\bar{X} - M_0 = 0$ έχουμε ουδερότητα

(16)

Για να έχουμε μια ένδειξη ανεξαρτησίας των μονάδων χρησιμοποιούμε το κριτήριο κατά Pearson.

$$S_p(M_0) = \frac{\bar{x} - M_0}{s_x}$$

Επειδή ισχύει προσεγγιστικά ότι το

$$\bar{x} - M_0 = 3(\bar{x} - M)$$

$$S_p(M_0) = \frac{3(\bar{x} - M)}{s_x}$$

2) Αν $\bar{x}$ by υπολογισμός ή προτιμάται η διαμέσος (αυθαίρετες τιμές) έχουμε τον συντελεστή ασυμμετρίας - κατά Bowley

$$S_b = \frac{(Q_3 - M) - (M - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$$

ΣΧΟΛΙΑ. Το S_b μειονετεί, λχρεδόν πάντα το

$$S_b < S_p$$

Τα μέτρα έχουν μικρή αξιοπιστία

ΠΑΝΟΣ ΣΑΡΑΚΗΝΟΣ

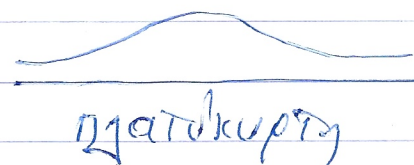
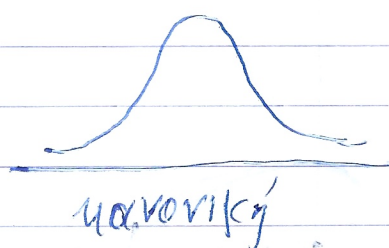
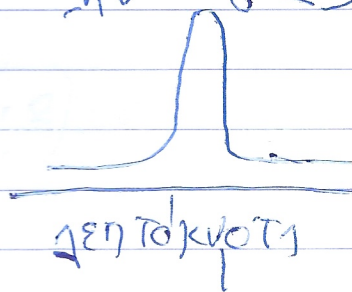
ΚΥΡΤΩΣΗ

αντιμετώπις κατά Reason

$$\sum f_i (x_i - \bar{x})^4$$

$$b_2 = \frac{\sum f_i}{6}$$

Αν $b_2 > 3$ η κατανομή γίνεται λεπτότερη
 Αν $b_2 = 3 \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow$ μέση κυρτή
 Αν $b_2 < 3 \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow$ πλατύκυρτη



Σχέσεις σε συμμετρικές κατανομές

στην πράξη αν $-0,3 < S_p(M) < 0,3$ η κατανομή θεωρείται συμμετρική (μεσokυρτή)
 στην περίπτωση αυτή αποδεχόμαστε ότι

$$S_p(M) = S_p(M_0) = S'_p = 0$$

και ισχύει ότι $\bar{x} = M = M_0$

ΛΑΣΚΕ | Εφαρμογή 3.26 Σελ. 97

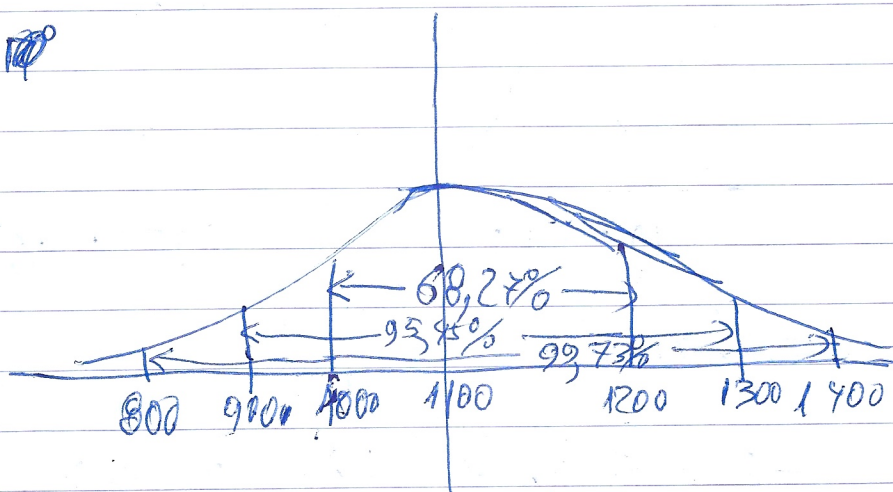
Αν οι μισθοί ε' ένα οργανισμό έχουν σφαιρική κατανομή με $\bar{x} = 1100$ ευρώ και $\sigma = 100$ να βοέσει το ποσοστό των εργαζομένων με μισθούς

α) από 1000 έως 1200 ευρώ

β) από 1000 έως 1300 >>

γ) από 800 >> 1000 >>

δ) ~~100~~



$$i) \pi\% (1000 < x < 1200) = 68,27$$

$$ii) \pi\% (1000 < x < 1300) = \pi\% (1000 < x < 1200) +$$

$$\pi\% (1200 < x < 1300) = 68,27 + \frac{95,45 - 68,27}{2}$$

$$= 68,27 + 13,59 = 81,86\%$$

$$γ) \pi\% (800 < x < 1000) = \frac{99,73\% - 68,27\%}{2} = 15,73\%$$