β) (i) $f(2x^3+x)=f(4-x) \overset{f\ 1-1}{\Leftrightarrow}$

$2x^3+x=4-x \Leftrightarrow$

$2x^3+2x-4=0 \Leftrightarrow x^3+x-2=0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2+x+2)=0$

	1	0	1	−2
1	↓	1	1	2
	1	1	2	0

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \\ x^2+x+2=0 \text{ αδύνατη} \end{cases}$

(ii) $f(x)=x \Leftrightarrow x=f^{-1}(x) \Leftrightarrow$

$x=\dfrac{f(x)+x^3-6}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{x+x^3-6}{2} \Leftrightarrow$

$x^3-x-6=0 \Leftrightarrow \boxed{x=2}$

6) α) Έχω $f(-1)=2002$, $f(1)=2004$

Αφού η f είναι γνησίως μονότονη θα έχω ότι η $f\uparrow$ ή $f\downarrow$. Όμως για $x_1=-1<x_2=1$ έχω $f(-1)=2002<f(1)=2004$

άρα η $f\uparrow$

β) $f(f(x)-2001)<2004$

$f(f(x)-2001)<f(1) \overset{f\uparrow \text{ άρα } \cancel{f\ 1-1}}{\Leftrightarrow}$

$f(x)-2001<1 \Leftrightarrow f(x)<2002 \Leftrightarrow$

$f(x)<f(-1) \overset{f\uparrow}{\Leftrightarrow} x<-1$

7) α) Έστω $x_1,x_2\in(0,+\infty)$ με $f(x_1)=f(x_2)$

τότε $f(f(x_1))=f(f(x_2))$ και από (I)

$x_1 f(x_1)=x_2 f(x_2)$ και επειδή $f(x_1)=f(x_2)\neq 0$

έχω $x_1=x_2$ άρα f 1-1