

54

ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ Ή ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ (ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΛΠΙΔΑ)

ΟΡΙΣΜΟΣ 7.3.1: Έστω X διακριτή τυχρά μεταβλητή με $6.p.d$ $P(X)$.
Τότε η αναμενόμενη ή μέση τιμή ορίζεται:

$$E(X) = \sum_{\{x: P(X)>0\}} x \cdot P(X)$$

$$\left(\frac{E(X) = \frac{\sum_{\{x: P(X)>0\}} x \cdot P(X)}{\sum P(X)} = \sum_{\{x: P(X)>0\}} x \cdot P(X) \right)$$

Είναι δηλαδή ο σταθμισμένος μέσος των τιμών x της X με σταθμικούς συντελεστές τις πιθανότητες εμφάνισής τους.

π.χ. 1)

x	0	1
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

 $E(X) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

2)

x	0	1
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

 $E(X) = 0 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

3)

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$$

Α21C21 Παράδειγμα 7.3.3

Έστω δείκτης συνέβασης ενός γεγονότος A

$$I_A = \begin{cases} 1 & \text{αν το } A \text{ συνέβη} \\ 0 & \text{αν το } A \text{ δεν συνέβη (συνέβη } A') \end{cases}$$

$$E(I_A) = 0 \cdot P(A') + 1 \cdot P(A) = P(A)$$

Παράδειγμα 7.3.4. ~~ΜΕΣΗ~~ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΜΙΑΣ ΔΥΝΑΤΗΣΗΣ ΜΙΑΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

Έστω X τυχαία μεταβλητή με β.β.π. P_X και έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε την μέση τιμή μιας συνάρτησης $g(X)$ της τυχαίας μεταβλητής X . Πως το επιτυγχάνουμε;

Απάντηση

Ένας τρόπος είναι, ορίζουμε την $Y = g(X)$. Επειδή η Y είναι και αυτή μια διακριτή τυχαία μεταβλητή έχει μια β.β.π. η οποία προσδιορίζεται από την β.β.π. της X .
 άρα $E(Y) = E(g(X))$ με την βοήθεια της $P_X(Y)$ και τον ορίζοντάς της μέσης τιμής

Α2122 Παράδειγμα 7.3.5

Έστω X μια τυχαία μεταβλητή με
 $S_X = \{-1, 0, 1\}$ και με πιθανότητες:

$$P(X=-1)=0,2 \quad P(X=0)=0,5 \quad \text{και} \quad P(X=1)=0,3$$

Υπολογίστε την μέση τιμή της X^2 .

Πίνακας	x	-1 -1	0	1
	$P(X=x)$	0,2	0,5	0,3

Έστω $Y = X^2$ άρα $S_Y = \{0, 1\}$
 η β.μ.π της Y δίνεται:

$$P_Y(0) = P(Y=0) = P(X=0) = 0,5$$

$$P_Y(1) = P(Y=1) = P(X=-1) + P(X=1) = 0,2 + 0,3 = 0,5$$

Άρα

y	0	1
$P(Y=X^2)$	0,5	0,5

$$\text{άρα} \quad E(X^2) = E(Y) = 0 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,5 = 0,5$$

ΝΟΜΟΣ ΑΦΗΡΗΜΕΝΟΥ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΥ

Πρόταση 7.3.6

Έστω X τυχαία μεταβλητή η οποία λαμβάνει
 τιμές στο $S_X = \{x_1, x_2, \dots\}$ με αντίστοιχες
 πιθανότητες $p(x_i)$ $i=1, 2, 3, \dots$
 Τότε $\forall$ συνάρτηση g ισχύει ότι:

$$E(g(X)) = \sum_{i=1}^{\infty} g(x_i) \cdot \underbrace{p(x_i)}_{P(X=x_i)}$$

Έτσι στο προηγούμενο παράδειγμα έχουμε
 (2ος τρόπος)

$$E(X^2) = (-1)^2 \cdot 0,2 + 0^2 \cdot 0,5 + 1^2 \cdot 0,3 = 0,2 + 0,3 = 0,5$$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ $E(X)$

- 1) $\forall b$ σταθερό τότε $E(b) = b$
- 2) $\forall a > 0$ και X τυχαία μεταβλητή τότε
 $E(aX) = a \cdot E(X)$
- 3) $E(aX + b) = a \cdot E(X) + b$

7.4 ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ.

Μέση τιμή $\rightarrow$ μέτρο της κεντρικής τάσης των τιμών της X

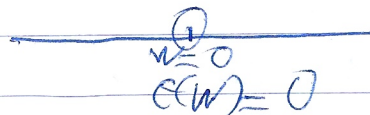
Έστω τυχαίες μεταβλητές W, Y, Z οι οποίες αντιστοίχως έχουν σ.π.η

i) $W=0$ με $P(W=0)=1$

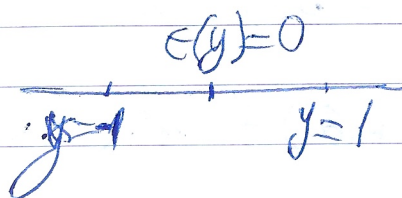
ii) $Y = \begin{cases} 1 & \text{με πιθανότητα } 1/2 \\ -1 & \text{με πιθανότητα } 1/2 \end{cases}$

iii) $Z = \begin{cases} 100 & \text{με πιθανότητα } 1/2 \\ -100 & \text{με πιθανότητα } 1/2 \end{cases}$

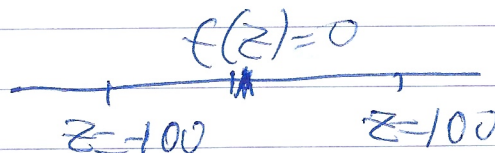
$E(W)=0$ $P(W)=0$



$E(Y) = 1 \cdot \frac{1}{2} - 1 \cdot \frac{1}{2} = 0$



$E(Z) = 100 \cdot \frac{1}{2} - 100 \cdot \frac{1}{2} = 0$



Έχουμε $E(W)=E(Y)=E(Z)=0$
 Αν και έχουν διαφορετικό είδος εφάρμογης

ΟΡΙΣΜΟΣ 7.4.1.

Έστω X μια τυχαία μεταβλητή με $E(X) = \mu$
 τότε η διακύμανση της X συμβ. $Var(X)$ ορίζεται:

$$Var(X) = E(X - \mu)^2 = E(X - E(X))^2$$

Έστω τώρα τυχαία μεταβλητή X με τιμές $x_1, x_2, \dots$ και αντίστοιχα $p_X(x_i)$ με $i=1, 2, \dots$

τότε $Var(X) = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - E(X))^2 \cdot p_X(x_i)$

ΠΡΟΣΟΧΗ. Εναλλακτικός τρόπος (και πιο χρήσιμος) υπολογισμού του $Var(X)$

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 !!!$$

Απόδειξη

Έστω $E(X) = \mu \rightarrow$ σταθερό (είναι αριθμός)

$$\begin{aligned} E(X - \mu)^2 &= E(X^2 - 2\mu X + \mu^2) = E(X^2) - E(2\mu X) + E(\mu^2) = \\ &= E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2 = E(X^2) - 2E(X) \cdot E(X) + \mu^2 \\ &= E(X^2) - 2[E(X)]^2 + [E(X)]^2 = \boxed{E(X^2) - [E(X)]^2} \end{aligned}$$

ΑΣΚ23 / Παράδειγμα 7.4.2 Ρίγν Γαριού.

Υπολογίστε $\text{Var}(X)$

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X) = \frac{21}{6} = 3,5$$

$$E(X^2) = 1^2 \cdot \frac{1}{6} + 2^2 \cdot \frac{1}{6} + 3^2 \cdot \frac{1}{6} + 4^2 \cdot \frac{1}{6} + 5^2 \cdot \frac{1}{6} + 6^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{91}{6}$$

$$\text{άρα } \text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{91}{6} - \left(\frac{21}{6}\right)^2 = \frac{35}{12}$$

Το $\text{Var}(X)$ είναι ΠΑΝΤΑ ΘΕΤΙΚΟ

διότι $E(X^2) > 0$ για x_i υπάρχουν στο πεδίο τιμών
και $P(X=x_i) \geq 0$

$$\text{και } [E(X)]^2 < E(X^2)$$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

i) $\text{Var}(b) = 0$ b σταθερό γιατί $E(b-b)^2 = 0$

ii) $\text{Var}(X+b) = \text{Var}(X)$ διότι $E[(X+b) - (E(X)+b)]^2 = E[(X-E(X))]^2 = \text{Var}(X)$

iii) $\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X)$ γιατί

$$E(aX - aE(X))^2 = a^2 \cdot E(X - E(X))^2 = a^2 \text{Var}(X)$$

(61)

ΠΑΝΟΣ ΣΑΡΑΚΗΝΟΣ

$$(iv) \text{Var}(aX+b) = a^2 \text{Var}(X) !!!$$

ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ.

$$SD = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

$$\text{Var}(aX+b) = a^2 \text{Var}(X)$$

$$\text{όφρ } SD = \sqrt{a^2 \text{Var}(X)} = |a| \sqrt{\text{Var}(X)}$$

ΠΑΝΟΣ ΣΑΡΑΚΗΝΟΣ

ΠΑΝΟΣ
30 ΟΚΤ 2017

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ8.1 / Κατανομή Βεζηουλλί

(Μια φορά επιτηρούμε 20 π.τ. και έχω 2 δυνατά αποτελέσματα).

Έδω ένα π.τ. η έμβαση του οποίου περιγράφεται με 2 δυνατά αποτελέσματα

(π.χ. ρίγη ενός νομίσματος)

Το οποίο αναγράφεται με "Επιτυχία", "Αποτυχία"

π.χ. ρίγη ενός νομίσματος

Επιτυχία = να βέρει Κ
Αποτυχία = >> >> Γ

Υποθέτουμε ότι:

$$P(\text{Επιτυχία}) = P(K) = p$$

$$P(\text{Αποτυχία}) = P(\Gamma) = 1 - p = q$$

Έδω Χ τυχαία μεταβλητή

με $X=1$ όταν Κ συνέβη

και $X=0$ >> Γ συνέβη (ή Κ δεν συνέβη)

$$\text{με } P(X=1) = p \text{ και } P(X=0) = q = 1 - p$$

Άρα

$X \sim \text{Βεζηουλλί}(p)$

(Το Χ ακολουθεί την κατανομή Βεζηουλλί)

p: παράμετρος (πιθανότητα επιτυχίας. Εαν μεταβληθεί αλλάζει η κατανομή διότι αλλάζει η πιθανότητα επιτυχίας)

$$P(x) = P(X=x) = p^x \cdot (1-p)^{1-x} \quad x=0,1$$

8.2 ΔΙΟΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ (Binomial Distribution)

Έστω η ανεξάρτητες δοκιμές Βεζνουέλι
 $X_1, X_2, \dots, X_n$ όπου
 $X_i = 1$ εάν έχουμε επιτυχία
 $X_i = 0$ >> >> αποτυχία

με $P(X_i = 1) = p = 1 - P(X_i = 0)$

Έστω $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n =$ ο αριθμός των

επιτυχιών σε n δοκιμές Βεζνουέλι
 Τότε το X ορίζεται διωνυμική τυχία μεταβλητή
 με παραμέτρους (n, p)
 οπότε $X \sim \text{Bin}(n, p)$

με $S_X = \{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$ και $|S_X| = n+1$
 και διακριτή πιθανότητα

$$P(X) = P(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \text{ με } x=0, 1, \dots, n$$

Έχουμε νόμισμα που το ρίχνουμε n φορές
 Αποτελέσματα K, Γ το K το θιβ με 1
 και το Γ >>> με 0

Αρα έχουμε μια διακριτή ακολουθία με 1 και 0

• Για ένα τυχίο $k \in (0, 1, 2, \dots, n)$ (Θέλω να έχω k φορές 1 ή k κορώνες)
 και άρα θέλω να έχω $n-k$ 0.

Τις είναι η πιθανότητα εμφάνισης της συγκεκριμένης ακολουθίας;

Απάντηση:

$$\underbrace{p \cdot p \cdot \dots p}_{k \text{ φορές}} \cdot \underbrace{(1-p)(1-p) \dots (1-p)}_{n-k \text{ φορές}} = p^k (1-p)^{n-k}$$

π.χ. Έστω $n=5$ και $k=2$

$$(1, 1, 0, 0, 0) \rightarrow p \cdot p (1-p)(1-p)(1-p) = p^2 (1-p)^3$$

$$(1, 0, 1, 0, 0) \rightarrow p(1-p) \cdot p(1-p)(1-p) = p^2 (1-p)^3$$

$$(0, 0, 1, 1, 0) \rightarrow (1-p)(1-p) \cdot p \cdot p(1-p) = p^2 (1-p)^3$$

Παρατηρούμε ότι η **ΣΕΙΡΑ ΔΕΝ ΠΑΙΖΕΙ ΡΟΛΟ!**
και η πιθανότητα είναι $p^2 (1-p)^3$

Άρα για n, k η πιθανότητα για κάθε διαφορετική ακολουθία είναι: $p^k (1-p)^{n-k}$

και αφού έχουμε $\binom{n}{k}$ ακολουθίες τότε

Η πιθανότητα να έχουμε k κορώνες (επιτυχίες)

δε η δοκιμές είναι:

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Ειδική περίπτωση

Για $n=1$ $X \sim \text{Βεσηουλλι}(p)$

άρα $\text{Bin}(1, p) = \text{Βεσηουλλι}(p)$

$$\text{από} \quad E(X) = E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \sum_{i=1}^n E(X_i)$$

(από το γεγονός ότι έχουμε n ανεξάρτητες $\text{Βεσηουλλι}(p)$)

$$\text{Ομως} \quad E(X_i) = 1 \cdot p + 0(1-p) = p$$

$$\text{άρα} \quad E(X) = np$$

$$\text{Var}(X) = np(1-p) = npq$$

8.3 ΔΙΑΚΡΙΤΗ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ

$$S = \{1, 2, 3, \dots, s\} \quad |S| = s$$

Επιλογή τυχαίου συμβόλου από το S
 Ορίζουμε την τυχαία μεταβλητή $X = x$ εφ' όσον επιλεγεί
 το σύμβολο x , $x \in \{1, 2, \dots, s\}$

Η συνάρτηση πιθανότητας της X παύεται

ΔΙΑΚΡΙΤΗ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ

και δίνεται ως

$$p(x) = P(X=x) = \begin{cases} s^{-1} = \frac{1}{s} & \text{αν } x=1, 2, \dots, s \\ 0 & \text{αν όχι } x \end{cases}$$

παίρνει s τιμές

$$E(X) = s^{-1} (1+2+\dots+s) = \frac{1}{s} \frac{s(s+1)}{2} = \frac{s+1}{2}$$

ΠΑΝΟΣ ΣΑΡΑΚΗΝΟΣ

ΠΑΝΟΣ

30 Οκτ 2017

8.4 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ (Geometric Distribution)

1^η περιγραφή: Έστω $0 < p < 1$

Πείραμα:

Πετάμε ένα νόμισμα και βάζουμε να βεβαιώσουμε στις φορές, που το πετάμε μέχρι να εμφανιστεί Κ. η.χ. πέτυχαμε Κ στην 8^η φορά.

Αρα έχουμε 7 αποτυχίες

Έχουμε δοκιμές Βεσηουλι, χωρίς να γνωρίζουμε το η. (δηλ. έχουμε ένα διακριτό χρόνο αναμονής μέχρι να συμβεί "επιτυχία")

Έστω $X =$ ο αριθμός των αποτυχιών μέχρι πριν την πρώτη επιτυχία.

$$P(\text{επιτυχία}) = p \quad P(\text{αποτυχία}) = 1-p = q$$

$$x \in \mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$$

Αρα $X \sim \text{Geometric}(p)$

$$\text{και } p(x) = P(X=x) = \begin{cases} p(1-p)^x & \text{αν } x=0, 1, 2, 3, \dots \\ 0 & \text{αν όχι} \end{cases}$$

η.χ. $P(X=3) =$ πριν την 1^η επιτυχία έχουμε 3 αποτυχίες

$$= (1-p)(1-p)(1-p) \cdot p = (1-p)^3 \cdot p$$

$P(X=4) =$ πριν την 1^η επιτυχία έχουμε 4 αποτυχίες

$$= (1-p)(1-p)(1-p)(1-p) \cdot p = (1-p)^4 \cdot p$$

2^η περιγραφή:

Έστω y ο αριθμός των δοκιμών μέχρι να
 7^η y πρώτη επιτυχία με
 $P(\text{επιτυχία}) = p$ και $P(\text{αποτυχία}) = q$
 $S_y = \{1, 2, \dots\}$

$$\text{Από } P_y(y) = P(Y=y) = \begin{cases} (1-p)^{y-1} p & y=1, 2, \dots \\ 0 & \text{αν όχι} \end{cases}$$

$$P(1) = p$$

$$P(2) = (1-p) \cdot p$$

$$P(3) = (1-p)^2 \cdot p$$

$$P(k) = (1-p)^{k-1} \cdot p$$

Από τα παραπάνω έχω

$$Y = X + 1$$

Από 1^η περιγραφή η $E(X) = \frac{1}{p^*} \rightarrow$ αντίστροφο της
 πιθανότητας p^*

* πιθανότητα είναι ένα ποσοστό που μας λέει
 ότι στις 100 ρίψεις θα έχουμε p φορές K (κορώνα)
 Αρα η θεωρητική συχνότητα είναι ότι στις
 100 ρίψεις θα βέρω p κορώνα.
 p κορώνα ανά 100 ρίψεις

$$\begin{aligned} \text{αρα } E(X) &= \frac{\text{ποσες ρίψεις}}{\text{κορώνα}} = \frac{100}{\frac{p}{100}} = \frac{100}{\frac{p}{100}} = \frac{100}{p\%} = \frac{1}{\frac{p\%}{100}} = \frac{1}{p} \end{aligned}$$

$$G(x) = \frac{1}{\text{δυσκολία}} \cdot \text{εμφανίσεις} = \frac{1}{P}$$

ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ.

Βεσηου βλι → μετράει τη δυσκολία εμφάνισης των επιτυχιών.

Γεωμετρική → πόσες φορές επιτελέσαμε το π.τ. μέχρι την πρώτη επιτυχία, δηλαδή πόσες αποτυχίες μέχρι την πρώτη επιτυχία.

Αδίκ. 2.4.1 Παράδειγμα 2.4.1.

(Αλαντικό βιβλίο στο δειγματογυγία με σταθ. βιβλ.)
Μηδίες επιλέγονται τυχαία ανά μία μέχρι να εμφανιστεί μία μάχη.

Εάν έχουμε δειγματογυγία με επανόρθω. ποιά είναι η πιθανότητα ότι χρειάζονται ακριβώς η δοκιμές;

Λύση

Θεωρούμε επιτυχία την εμφάνιση μιας μάχης.
Μηδίας και, αποτυχία την εμφάνιση μιας γεύσης.
(Δηλαδή έχουμε δοκιμές Βεσηουβί)

Αν έχουμε δειγματογυγία με επανόρθω. δεν αλλάζει ο δ.χ. από η P παραμένει σταθερή.

(Δεύτερη περιγραφή Γεωμετρικής κατανομής)

Λύση

X = ο αριθμός των δοκιμών μέχρι να εμφανιστεί
μια μάχη
Αρα $X \sim \text{Geom}(P)$ $S_X = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$$P(X=n) = \left(\frac{N}{M+N}\right)^{n-1} \cdot \left(1 - \frac{N}{M+N}\right) = \frac{M \cdot N^{n-1}}{(M+N)^n}$$

$$E(Y) = \frac{1}{P} \text{ και } \text{Var}(Y) = \frac{1-P}{P^2}$$

ΑΣΚ 25 α) Χρειάζεται το λιγότερο k δοκιμές μέχρι να εμφανιστεί μία μάχη

$$P(X \geq k) = 1 - P(X < k) = 1 - P(X \leq k-1)$$

β) "το ποσό" $P(X \leq k) = 1 - P(X > k) = 1 - P(X \geq k+1)$

8.5 ΥΠΕΡΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

Δοχείο με σφαίριδια που τα (n) είναι πράσινα και τα (k) είναι κόκκινα.

Στο υπεργεωμετρικό μοντέλο, επηρεάζει Z σφαίριδια και βγάζουμε n φορές την πιθανότητα εμφάνισης κόκκινου μπάλας

ΔΙΑΦΟΡΑ ΜΕ ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ:

Επηρεάζει χωρίς επανέλεγχ $\Rightarrow$ η πιθανότητα αλλάζει γιατί αλλάζει ο δ.χ.

ΑΣΚ 26 Δοχείο με N μπάλες. Επιλογή τυχαίου δείγματος n μπάλες χωρίς επανέλεγχ. Από τις n μπάλες οι m είναι γένες και οι $N-m$ είναι μάχες. Ποια η πιθανότητα να έχει το δείγμα i γένες μπάλες;

Εστω $X =$ ο αριθμός των γενικών μπάλων στο δείγμα n τότε

$$P(X=i) = \frac{\binom{m}{i} \binom{N-m}{n-i}}{\binom{N}{n}} \quad i=0,1,2,\dots,n$$

$$X \sim \text{Hypergeom}(n, m, N)$$

Α2Κ27 Έστω ότι μας μοιράζουν 5 φύλλα (από

τα 52 της παρούσας).

Ποιά η πιθανότητα να έχω 2 ♣ (ρηγίδες)

Λύση

ξε γιέβη με άουτο 26 $m=4$ (4 ρηγίδες)

$N=52$ (όλα τα φύλλα)

$n=5$ (επιλέγω 5)

$i=2$ (οι ρηγίδες που θέλω να έχω)

$$P(X=2) = \frac{\binom{m}{i} \binom{N-m}{n-i}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{48}{3}}{\binom{52}{5}}$$

Α2Κ28 Πρόγραμμα της ηλεκτρικών συσκευών αγοράζει
6ε φορτία όπου το καθενα περιέχει 10 συσκευές.
Ελέγχα, κάθε φορτίο επιλέγοντας τυχαία 3
συσκευές και αποδέχεται την κομμά αν και
μόνον αν και οι 3 δεν είναι ελαττωματικές.
Εάν στη γραμμή παραγωγής 30% των φορτίων
έχουν 4 ελαττωματικές και 70% έχουν μία
μόνο ελαττωματική συσκευή, τι ποσοστό από
φορτία απορρίπτει ο προγραμματής.

Λύση

(έχουμε υπεργεωμετρική κατανομή χωρίς επαναδέρση)

$$P(\text{φορτίο με 4 ελαττωματικές}) = 0,3$$

$$P(\text{φορτίο με 1 ελαττωματική}) = 0,7$$

Έστω A : ο προγραμματής αποδέχεται το φορτίο
Από τον νόμο της ολικής πιθανότητας
έχω:

$$P(A) = P(A/\text{φορτίο με 4 ξαγ.}) \cdot P(\text{φορτίο με 4 ξαγ.}) + \\ + P(A/\text{φορτίο με 1 ξαγ.}) \cdot P(\text{φορτίο με 1 ξαγ.}) =$$

$N=10$ (αριθμός βυβκεών σε 1 φορτίο)

$n=3$ (βυβκεές που επηξέρω)

$M=4$ (0, ξαγ. που υποθέρου)

$i=0$

$$= \frac{\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} \cdot 0,3 + \frac{\binom{1}{0} \cdot \binom{9}{3}}{\binom{10}{3}} \cdot 0,7 = \frac{54}{100} = 0,54$$

όρα $P(\text{απόρριψη φορτίου}) = 1 - 0,54 = 0,46 = 46\%$

ΠΑΝΟΣ ΣΑΡΑΚΗΝΟΣ

