ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΤΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ 1ο

Απαραίτητες γνώσεις:

→ χρησιμότητα

$\max U(x,y)$

$x, y \rightarrow$ αγαθά

$P_x \cdot x + P_y \cdot y = M$

περιοριστικός

$\Rightarrow$ x^*, y^* άριστες επιλογές $x^*(P_x, P_y, M)$

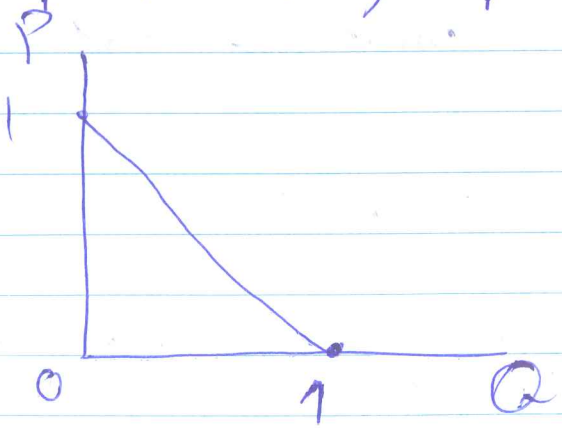
η άριστη επιλογή x^* εξαρτάται από τις τιμές P_x, P_y και το εισόδημα M

$x^*(P_x, P_y, M)$ είναι μια καμπύλη ζήτησης

Με την μεγιστοποίηση της χρησιμότητας του καταναλωτή βρίσκουμε μία καμπύλη ζήτησης

Σε Μονοπώλεια - ολιγοπώλια (ατελής μορφές ανταγωνισμού)

$P = \alpha - \beta Q$ ή $P = 1 - Q$ $\alpha = \beta = 1$



γραμμική καμπύλη ζήτησης

Μπορώ με x βάζω το αγαθό που με ενδιαφέρει και y όλα τα άλλα αγαθά μαζί

$U(x,y) = g(x) + y$

χρησιμότητα που παίρνω από το αγαθό x + y

Άρα $U(x,y) = g(x) + y$ ①

με περιορισμό $P_x \cdot x + y = M$, $P_y = 1$ και καταλήξαμε

$$MRS = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{U_x}{U_y} = \frac{P_x}{P_y}, \quad U_y = 1,\ P_y = 1$$

$$\frac{\partial u(x,y)}{y} = 1$$

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} = g'(x) = P_x$$

Έστω $g(x) = \alpha x - \frac{b}{2}x^2$ συνάρτηση χρησιμότητας του αγαθού x.

οπότε $g'(x) = \alpha - bx$

πρέπει $\alpha - bx = P_x$ καμπύλη ζήτησης

δηλ. $P = \alpha - bQ$ ή $P = 1 - Q$

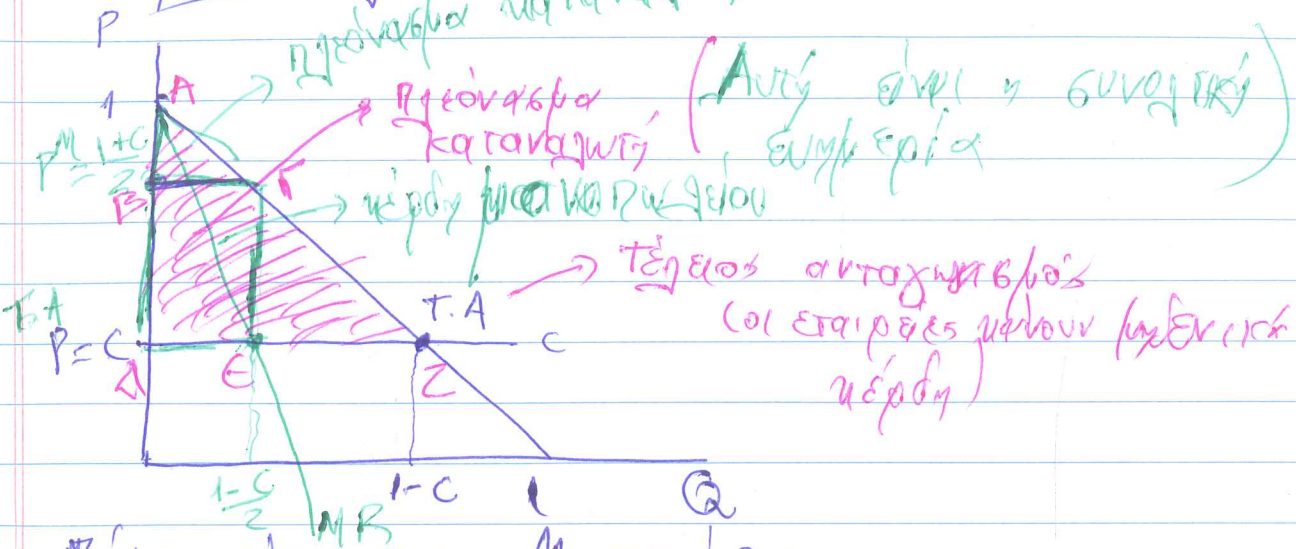
Σε μονοπώλιο - ολιγοπώλια η γραμμική καμπύλη ζήτησης βγαίνει από ① όταν $g(x) = \alpha x - \frac{b}{2}x^2$

Όμως η ιστορία είναι να καταλήξουμε στην καμπύλη ζήτησης.

Αν τώρα υποθέσω ότι μαζί με την παραγωγή έχω ένα κόστος $C = c \cdot Q$

τότε η οριακή παραγωγός είναι το οριακό κόστος

$$\boxed{MC = C}$$



Πάμε τώρα στο Μονοπώλιο

$$\Pi = \underbrace{P \cdot Q}_{TR} - \underbrace{C \cdot Q}_{\text{έξοδα}}$$

έσοδα

$$MR = MC$$

- Στο τέλειο ανταγωνισμό έχουμε:
  - Μηδενικά κέρδη
  - Πλεόνασμα καταναλωτή $AΔZ$
  - Ευημερία $AΔZ$
- Στο μονοπώλιο έχουμε:
  - Κέρδη $BΓEΔ$
  - Πλεόνασμα καταναλωτή $ABΓ$
  - Συνολική ευημερία $AΔEΓ$

Απώλεια ευημερίας είναι $ΓEZ$ λόγω μονοπωλίου.

ΜΑΘΗΜΑ 2ο

ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ - ΜΕΡΟΣ Α.

Αρχές εποχής δικτύου.

③ Ζήτημα Τηλεπικοινωνιακών υπηρεσιών.

χρησιμότητα $U_i = a_i + h_i(\eta^e)$

a_i (~~α~~) → όρος φυσιολογίας (δεν εξαρτάται από τους άλλους χρήστες)

$h_i(\eta^e)$ → όρος δικτύου

$\frac{\partial h_i}{\partial \eta^e} > 0$

$\boxed{a=0}$ π.χ. σταθερή τηλεφωνία (όχι smartphone)



ποσοστό καταναλωτών

$x=1$ λιγότερο πρόθυμος καταναλωτής $U=0$ και δεν εγγράφει ποτέ.

$x=0$ ο πιο πρόθυμος από όλους

$\boxed{U=\eta^e}$

π.χ. $h_i(\eta^e) = (1-x)\cdot\eta^e$

$U(x) = (1-x)\cdot\eta^e$

$x=0$ $\boxed{U=\eta^e > P}$ τότε μόνο θα γραφτεί.

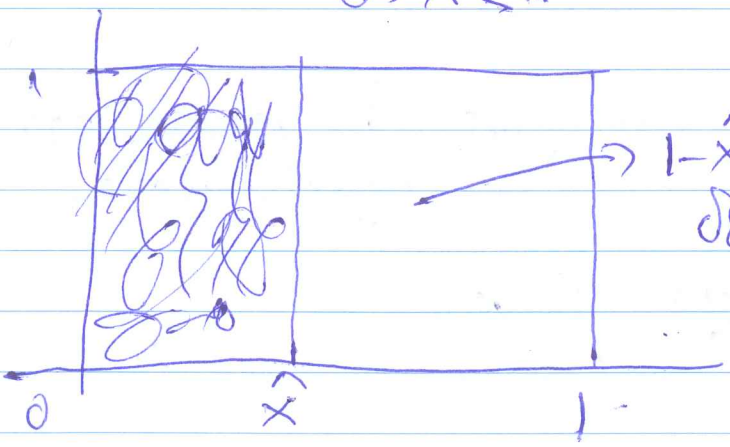
Αν δεν ισχύει αυτό δεν θέλει να εγγραφεί κανένας

Αδιάφορος καταναλωτής $\hat{x}$ όταν

$U(x) = (1-x)\cdot \eta^e - p \quad (1-x)\cdot \eta^e - p = 0 \Rightarrow$

$$\boxed{\hat{x} = \frac{\eta^e - p}{\eta^e}}$$

$$0 \le \hat{x} \le 1$$



$1-\hat{x}$ είναι φυτοί που δεν θα εξαφανιστούν

$\eta = \hat{x}$ είναι φυτοί που θα εξαφανιστούν στην επιφάνεια

Θρεπτικές προσδοκίες

Άρα $\boxed{\hat{x} = \frac{\eta^e - p}{\eta^e}}$ (3) αδιάφορος καταναλωτής

$\boxed{\eta = \hat{x}}$ (4)

$\boxed{\eta = \eta^e}$ (5)

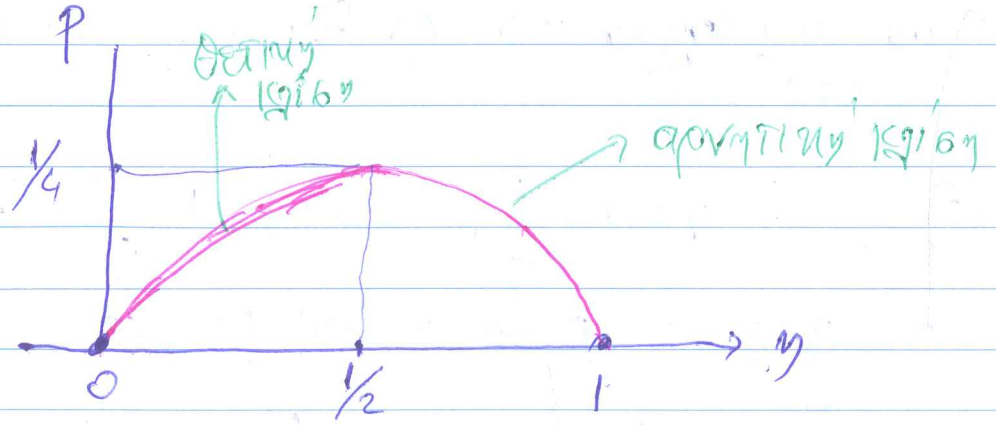
Λύνοντας το σύστημα (3), (4), (5) έχω:

$$\eta = \frac{\eta^e - p}{\eta^e} \Leftrightarrow \eta = \frac{\eta - p}{\eta} \to \eta^2 = \eta - p \Leftrightarrow$$

$$p = \eta - \eta^2 \Leftrightarrow \boxed{p = \eta(1-\eta)} \quad (6)$$

Το $\hat{X}$ παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1
Αρα το η >> >> >> >> >> >>
Αρα αν το $\eta = 0{,}3$ τότε ου 30% των καταναλωτών θα εξυπηρετούν

$P = \eta(1-\eta)$ καμπύλη ζήτησης μου
↑ τιμή ↑ συνολικές εξυπηρετήσεις στην υπηρεσία.



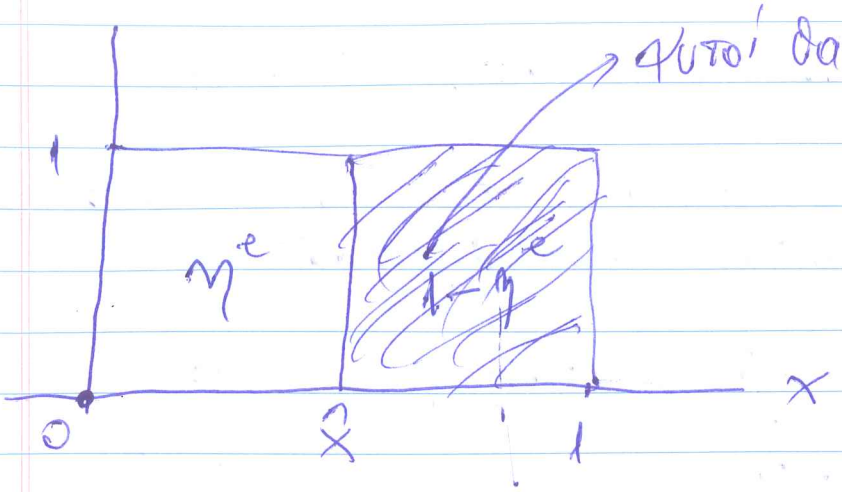
$$\frac{\partial P}{\partial \eta} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial(\eta - \eta^2)}{\partial \eta} = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\eta = 0 \Leftrightarrow \eta = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{P = \frac{1}{4}}$$

Αντίστροφα τώρα. Δηλαδή τώρα την υπόθεση στο $x=0$ είναι ο μεγαλύτερος πρόθυμος και στο $x=1$ ο πιο πρόθυμος καταναλωτής τότε η συνάρτηση χρησιμότητας είναι:

$$U = x \cdot \eta^e \begin{cases} \rightarrow x = 0 \quad U = 0 \\ \rightarrow x = 1 \quad U = \eta^e \end{cases}$$

Τότε

$$x \cdot \eta^e - p = 0 \Rightarrow \boxed{\hat{x} = \frac{p}{\eta^e}}$$ (1) ο αδιάφορος καταναλ



Άρα ο πραγματικός αριθμός είναι $\boxed{\eta = 1-\hat{x}}$ (2)

$\boxed{\eta = \eta^e}$ (3)

(1),(2),(3) $\eta = 1 - \frac{P}{\eta^e} \Leftrightarrow \eta = 1 - \frac{P}{\eta} \Leftrightarrow$

$\eta^2 = \eta - P \rightarrow$ ~~$P = \eta^2 = \eta \Leftrightarrow P = \eta(\eta)$~~

$P = \eta - \eta^2 \Rightarrow P = \eta(1-\eta)$ ίδιοι μαθηματικοί τύποι όπως

Προσφορά τοπερικοινωνιακών υπηρεσιών

Στο τέλειο ανταγωνισμό

Αν το οριακό κόστος είναι C τότε

$\boxed{P = C}$ $\quad 0 < C < \frac{1}{4}$

$P = \eta(1-\eta)$

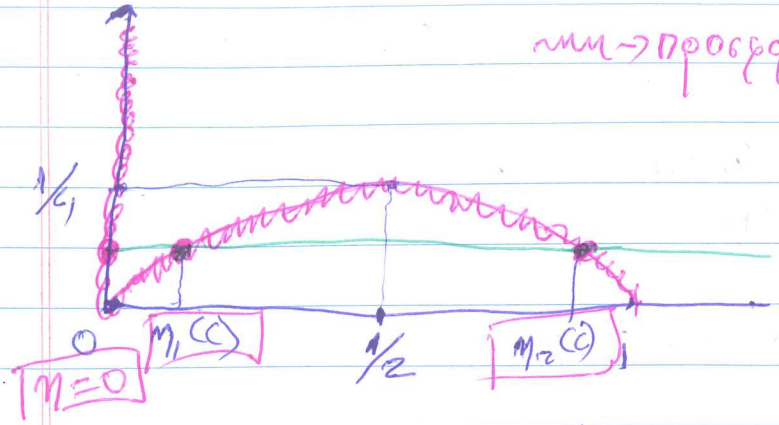
$C = \eta(1-\eta) \Leftrightarrow \eta - \eta^2 = C \Leftrightarrow \eta^2 - \eta + C = 0$

$\Delta = 1 - 4C$ πρέπει $1 - 4C > 0 \Leftrightarrow 4C < 1 \Leftrightarrow C < \frac{1}{4}$

και

$\eta_1(c) = \frac{1 + \sqrt{1-4C}}{2} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1-4C}{4}}$

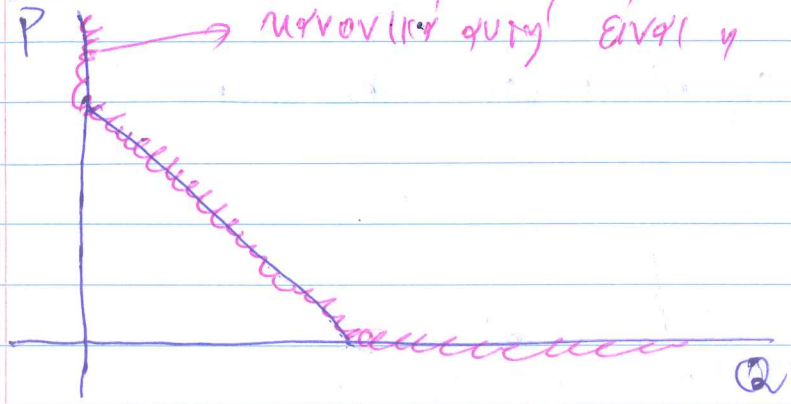
και $\eta_2(C) = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1-4C}{4}}$



ww → προσφορά ζήτησης

Έχω 3 ισορροπίες:

Προσοχή.



κανονική φυσική είναι η καμπύλη ζήτησης ww

~~η=0 ενοφάρεται προσοχή~~

1) $\eta = 0$ ισορροπία <<απαιτούμενη προσοχή>>

2) $\eta_1(c)$ = μικρός αριθμός χρηστών δεν προσέχουν για μεγάλο δίκτυο

3) $\eta_2(c)$ = ο ορθολογικός καταναλωτής δεν το αποτιμά πολύ υψηλά

$\eta_1(c)$ = είναι σταθερή ισορροπία και ονομάζεται Κρίσιμη μάζα (critical mass)

$\eta = 0$, $\eta_2(c)$ ευσταθείς ισορροπίες

Από τις 2 ευσταθείς χρησιμοποιώντας το κριτήριο κατά Pareto επιλέγουμε την $\eta_2(c)$

άρα $q^c = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1-4c}{4}}$ $\boxed{p^c = c}$

ΜΟΝΟΠΩΛΙΟ

Ένας μονοπωλητής.

$$\max_q \Pi = (p-c)\cdot q$$

όμως $p = q(1-q)$ έχουμε:

$$\max_q \Pi = [q(1-q)-c]\cdot q$$

Παίρνω συνθήκη α' τάξης και έχω

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q} = 0$$

$$\Pi = (q - q^2 - c)\cdot q = q^2 - q^3 - cq$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q} = 2q - 3q^2 - c = 0$$

$$3q^2 - 2q + c = 0$$

$$\Delta = 4 - 12c$$

$$q_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-12c}}{6} = \frac{2 \pm 2\sqrt{1-3c}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{1-3c}}{3}$$

άρα $q = \frac{1}{3} \pm \frac{\sqrt{1-3c}}{3}$

~~Η συνθήκη~~

Η συνθήκη 2ης τάξης για μέγιστο κοινωνικό

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q^2} < 0 \Leftrightarrow 2 - 6q < 0 \Leftrightarrow 6q > 2 \Leftrightarrow$$

$\boxed{\eta > \frac{1}{3}}$ άρα αποκλείεται η ρίζα $\eta = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{1-3c}}{3}$

Άρα η μεγαλοποίηση στο Π είναι όσον

$$\eta^M = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{1-3c}}{3}$$

και η τιμή ισορροπίας στο μονοπώλιο είναι

$$p^M = \left(\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{1-3c}}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{1-3c}}{3}\right) =$$

$$= \frac{3 + \sqrt{1-3c}}{3} \cdot \frac{2 - \sqrt{1-3c}}{3} =$$

$$= \frac{2 - 2\sqrt{1-3c} + 2\sqrt{1-3c} - 1 + 3c}{9}$$

$$= \frac{(1+3\epsilon) + \sqrt{1-3c}}{9}$$

Παρατήρηση 3: $p^M > p^C$ και $\eta^M < \eta^C$

ΣΥΝΕΡΓΙΑ

Πλεόναστμα καταναλωτή + κέρδη παραγωγών.

$$W = CS + \Pi = \int_0^n (U(x) - p)dx + n(p - c) =$$

$$= \int_0^n U(x)dx + \int_0^n p\,dx + np - nc =$$

$$= \int_0^n U(x)dx - [px + c]_0^n + np - nc =$$

$$= \int_0^n U(x)dx - (pn + c - c) + np - nc =$$

$$= \int_0^n U(x)dx - nc.$$

Επίσης:

$$W = \int_0^n [(a - x)n]dx - nc =$$

$$n\left[x - \frac{x^2}{2} + c\right]_0^n - nc =$$

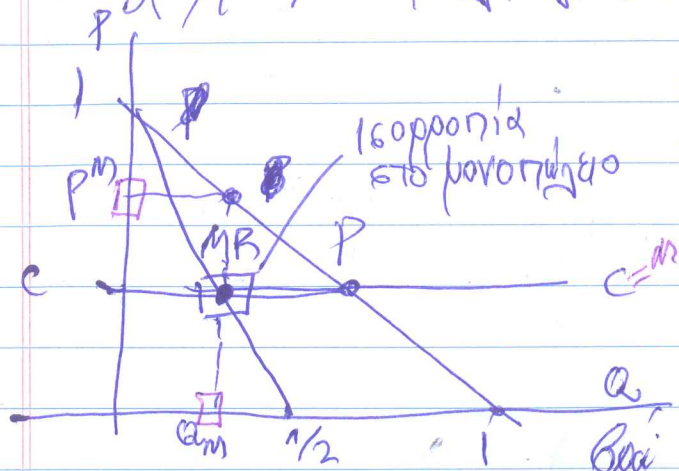
$$n\left(n - \frac{n^2}{2} + c - c\right) - nc = n^2 - \frac{n^3}{2} - nc =$$

$$= n(n - c) - \frac{n^3}{2}$$

$$\frac{\partial W}{\partial n} = 2n - c - \frac{3}{2}n^2 = \frac{-3n^2 + 4n - 2c}{2} > 0$$

ΜΑΘΗΜΑ 3ο

Σε χρηματική κατάσταση ζήτησης στο μονοπώλιο



ισορροπία στο μονοπώλιο

ισορροπία MR=MC → οριακό κόστος
οριακό έσοδο

Για να βρω το οριακό έσοδο πρέπει να βρώ το συνολικό έσοδο.

Το έσοδο είναι $TR = P \cdot Q$

(χωρίς επιφάνεια δικτύου η καμπύλη αυτή έχει φθινουσα κλίση)

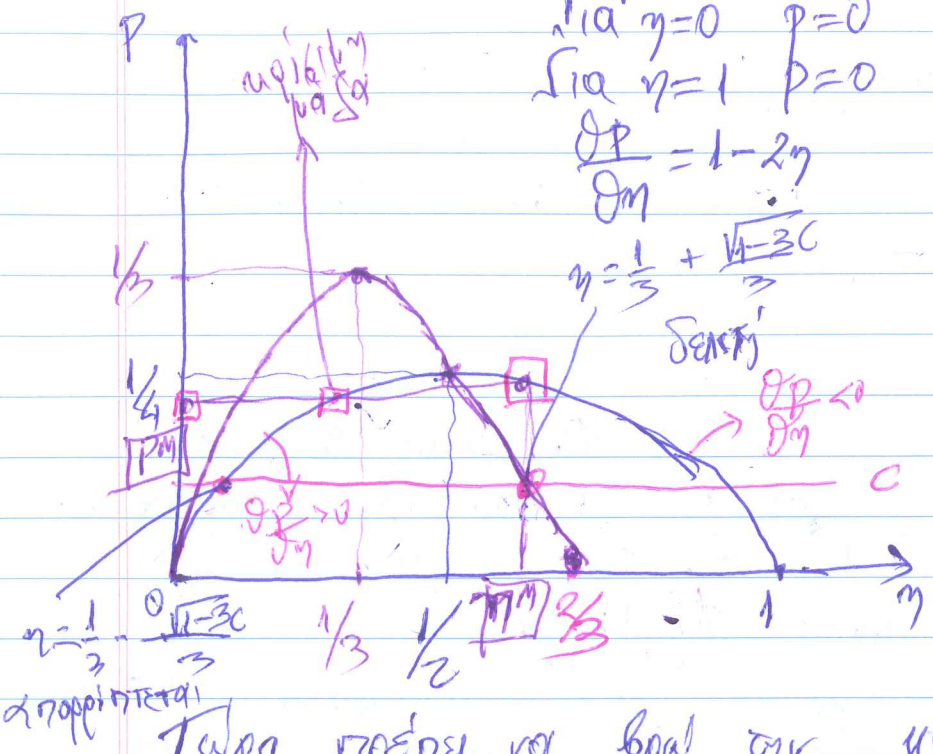
$$MR = \frac{\partial TR}{\partial Q} = P + Q\frac{dP}{dQ}$$

$\frac{dP}{dQ} < 0$

$$\boxed{MR < P}$$

Άρα για οποιαδήποτε συνάρτηση ζήτησης με φθινουσα κλίση το οριακό έσοδο είναι κάτω από την καμπύλη ζήτησης.

ΑΣΚΗΣΗ 1



$P = \eta(1-\eta)$

Για $\eta = 0$ $P = 0$

Για $\eta = 1$ $P = 0$

$\frac{\partial P}{\partial \eta} = 1 - 2\eta$

$\frac{\partial P}{\partial \eta} = 0 \Rightarrow \eta = \frac{1}{2}$

$\frac{\partial^2 P}{\partial \eta^2} = -2 < 0$

Άρα για $\eta = \frac{1}{2}$ $P = \frac{1}{4}$ μέγιστο

Τώρα πρέπει να βρω την καμπύλη του οριακού εσόδου.

Έσοδο $= p \cdot \eta = \eta^2(1-\eta) \Rightarrow \boxed{TR = \eta^2(1-\eta)}$

οριακό έσοδο είναι $MR = \frac{\partial TR}{\partial \eta} = 2\eta - 3\eta^2 = \eta(2-3\eta)$

Άρα $\boxed{MR = \eta(2-3\eta)}$

$MR = 0 \Leftrightarrow \eta = 0$ ή $\eta = \frac{2}{3}$

$\frac{\partial MR}{\partial \eta} = 2 - 6\eta = 2(1-3\eta)$ $\frac{\partial MR}{\partial \eta} = 0 \Leftrightarrow \eta = \frac{1}{3}$

Για $\eta = \frac{1}{3}$ $MR = \eta(2-3\eta) = \frac{1}{3}(2 - 3\cdot\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$

$\frac{\partial^2 MR}{\partial \eta^2} = 0 - 6 < 0$ άρα για $\eta = \frac{1}{3}$ έχω μέγιστο

Για $\eta = \frac{1}{3}$ $MR = \frac{1}{3}$

$P = \eta(1-\eta)$ για $\eta = \frac{1}{2}$ $P = \frac{1}{4}$

$MR = \eta(2-3\eta)$ για $\eta = \frac{1}{2}$ $MR = \frac{1}{2}(2-3\frac{1}{2}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$P = \frac{1}{4}$ $MR = \frac{1}{4}$

Το σημείο που τέμνονται ~~δεν είναι το (P, MR)~~ δηλ το $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ δεν είναι τυχαίο διότι όσο η καμπύλη ζήτησης είναι ↑ το MR είναι πάνω από την καμπύλη ζήτησης ενώ όσο είναι ↓ το MR είναι κάτω από την καμπύλη ζήτησης.
διότι

$$MR = P + \eta \frac{dP}{d\eta} \Rightarrow MR < P \text{ κρυπτική ζήτηση}$$
$$\text{ή } MR > P \text{ θετική ζήτηση}$$

$MR = C$ για 2 τιμές $\eta = \frac{1}{3} \pm \frac{\sqrt{1-3C}}{3}$

$\eta = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{1-3C}}{3} = P_M$

$\eta = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{1-3C}}{3} = \Pi^M$

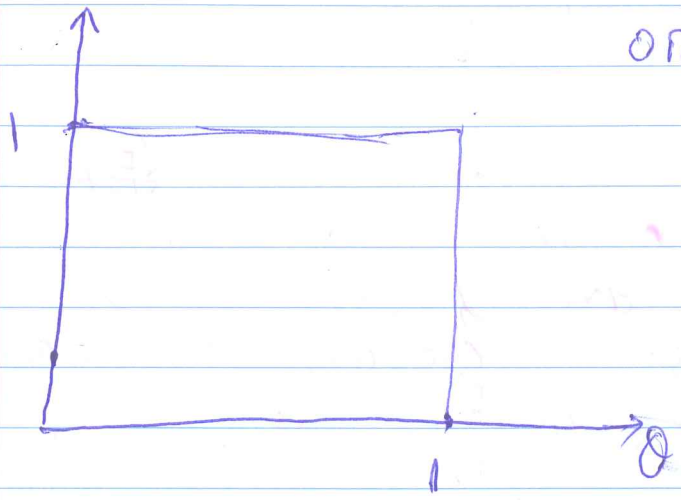
ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ - ΜΕΡΟΣ Β

* $U = a\cdot\theta + V\cdot\eta^e$

υποθέτω $\alpha = 1$

$0 < V < \frac{1}{2}$

οπότε $U = \theta + V\cdot\eta^e$



$\theta = 0 \quad U = 0$

$\theta = 1 \quad U = 1$

Μεγαλύτερο θ μεγαλύτερη προθυμία εξυπηρέτησης

ΥΓ. (Θα μπορούσαμε βέβαια για το θ να θεωρήσουμε τα αντίθετα οπότε η ενάρετη χρησιμότητα θα ήταν $U = (1-\theta) + V\eta^e$

οπότε για $\theta = 1 \quad U = 0$

και για $\theta = 0 \quad U = 1$)

$$U = \theta + V\eta^e$$

$$(\eta_i^e + \gamma\cdot\eta_j^e)$$

$$\theta_i + q_i^e \qquad \theta_j + q_j^e$$

$\gamma = 0$ αδύνατο

$\gamma = 1$ πλήρως συμβατά

$0 < \gamma < 1$ μερικώς συμβατά

π.χ. $\gamma = 0$ όταν μία εταιρεία είναι καταλάβει φήμη το skype δεν μπορούν μεταξύ τους να επικοινωνήσουν

Άρα θα έχω: $$U_i = \theta + V\left[\theta_i + q_i^e + \gamma(\theta_j + q_j^e)\right] \quad (4)$$

αυτή είναι η συνάρτηση χρησιμότητας ενός καταναλωτή που δίνεται να γραφτεί στην εταιρεία i

Δηλ. $$U_i = \theta + v\underbrace{[(\beta_i + q_i^e) + \gamma(\beta_j + q_j^e)]}_{g_i} = \theta + v g_i$$

και κατά αντιστοιχία έχεις

$$U_j = \theta + v\underbrace{[(\beta_j + q_j^e) + \gamma(\beta_i + q_i^e)]}_{g_j} = \theta + v g_j$$

Π.χ. εταιρείες 1, 2 οι χρησιμότητες είναι

$U_1 = \theta + v g_1$

και $U_2 = \theta + v g_2$

$U_1 - P_1 = 0$
$U_2 - P_2 = 0$
} αδιάφορος καταναλωτής $\Rightarrow U_1 = \theta + g_1$

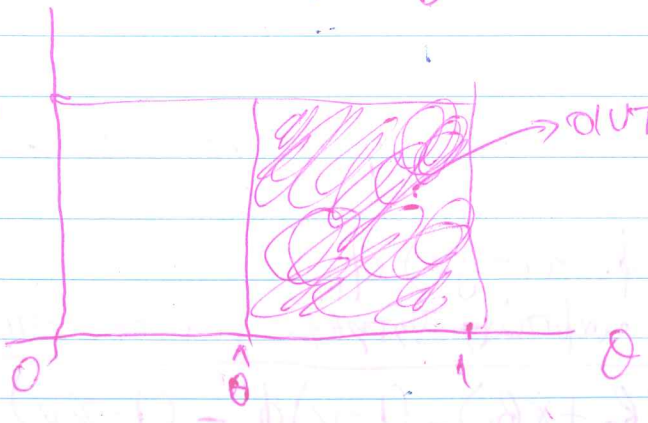
$U_2 = \theta + g_2$

$$U_1 - P_1 = U_2 - P_2 = 0$$

$$\theta + v g_1 - P_1 = \theta + v g_2 - P_2 = 0$$

Άρα $\hat{\theta} = P_1 - g_1$ συνθήκη αδιάφορου καταναλωτή

$\hat{\theta} = P_2 - g_2$



→ αυτοί που θα εξυπηρετούν

$(1 - \hat{\theta}) = q_1 + q_2$

$$\hat{\theta} = p_1 - g_1 = p_2 - g_2 \quad (6)$$

$$q_1 + q_2 = 1 - \hat{\theta} \quad (7)$$

$$q_1 = q_1^e \,, \quad q_2 = q_2^e \quad (8)$$

Λύνοντας το σύστημα 6, 7, και 8 έχω

$$q_1 + q_2 = 1 - \hat{\theta} = 1 - (p_1 - g_1) = 1 - p_1 + g_1 \rightsquigarrow$$

$$p_1 = 1 - (q_1 + q_2) + g_1$$

άρα

$$p_1(q_1, q_2) = 1 - q_1 - q_2 + v\left[(b_1 + q_1) + \gamma(b_2 + q_2)\right]$$

$$= 1 - q_1 - q_2 + v(b_1 + \gamma b_2) + v q_1 + v\gamma q_2 =$$

$$= 1 + v(b_1 + \gamma b_2) - (1 - v) q_1 - (1 - \gamma v) q_2$$

δηλ.

$$\boxed{p_1(q_1, q_2) = \underbrace{1 + v(b_1 + \gamma b_2)}_{A} - (1 - v) q_1 - (1 - \gamma v) q_2} \quad (9)$$

Ομοια $q_1 + q_2 = 1 - \hat{\theta} = 1 - (p_2 - g_2) = 1 - p_2 + g_2 \rightsquigarrow p_2 = 1 - (q_1 + q_2) + g_2$

οπότε

$$p_2(q_1, q_2) = 1 - q_1 - q_2 + v\left[(b_2 + q_2) + \gamma(b_1 + q_1)\right] =$$

$$= 1 - q_1 - q_2 + v(b_2 + q_2) + v\gamma(b_1 + q_1) = 1 - q_1 - q_2 + v b_2 + v q_2 + v\gamma b_1 + v\gamma q_1 =$$

$$= 1 + v(b_2 + \gamma b_1) - (1 - v) q_2 - (1 - \gamma v) q_1$$

Άρα η αντίστροφη καμπύλη Σπουδής για την επιχείρηση 2 είναι:

$$\boxed{p_2(q_1, q_2) = 1 + v(b_2 + \gamma b_1) - (1 - v) q_2 - (1 - \gamma v) q_1} \quad (10)$$

Αν τώρα $A = 1 + r(b_1 + \gamma b_2)$ τότε έχω

$$P_1 = A - (1-v)q_1 - (1-\gamma v)q_2$$

Αν βάλω ομοιογενή προϊόντα δηλ $\gamma = 1$

τότε $P_1 = A - (1-v)q_1 - (1-v)q_2 =$

$$= A - (1-v)(q_1 + q_2)$$

$$= A - (1-v) \cdot Q$$

άρα $P_1 = A - (1-v)Q$

και όμοια $P_2 = A - (1-v)Q$

$\Big\}$ $P = A - (1-v)Q$

ανταγωνισμό Cournot με ομοιογενή προϊόντα

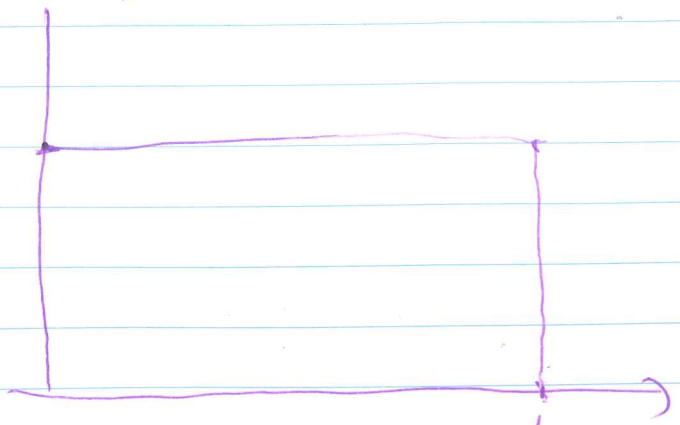
$P = A - (q_1 + q_2)$ Cournot

ΜΑΘΗΜΑ 4ο

Ατελής ανταγωνισμός.
(Μια μίνι επανάληψη των προηγούμενων)

[Έμαθε στην περίπτωση που έχουμε ατελή ανταγωνισμό. Έχουμε δύο εταιρείες να παρέχουν υπηρεσίες τηλεδιάσκεψης, και υπάρχει ένας αριθμός πιθανών καταναλωτών που ενώ στην αρχή έχαμε μονοπώλειο και τέλειο ανταγωνισμό (μέρος Α), εδώ έχω υποθέσει ίδιο όφελος αυτοτέλειας από διαφορετικό αριθμό δικτύου. Αυτό το έκανα για να δείξω ότι η αφετηρία ζήτησης για ένα αγαθό μπορεί να έχει μια θετική κλίση.

Τώρα θέλω να δώσω έμφαση στην δυνατότητα δύο θέλω να μιλήσω με περίπλοκες αφετηρίες ζήτησης, συναρτήσεις κερδών κ.λ.π. οπότε θα στήσω μια αφετηρία ζήτησης που θα έχει πάντα μια αρνητική κλίση, γιατί θέλω να επικεντρωθώ στην δυνατότητα. Οπότε τώρα θα κάνω το ανάποδο. Το όφελος δικτύου να είναι το ίδιο για όλους και διαφορετικό το όφελος αυτοτέλειας. Και αντί να έχω την παράμετρο x έχω την παράμετρο θ όπου η παράμετρος θ κατανέμεται ομοιόμορφα στο διάστημα [0,1], μάλλα καταλαβαίνω!



και όσο πιο μεγάλο είναι το θ τόσο μεγαλύτερη η προθυμία πληρωμής, η χρησιμότητα

που παίρνω από το αγαθό ή την υπηρεσία

$$U = \alpha\theta + \nu \cdot \eta^e$$

και χάνω αριστερόστροφος $\alpha = 1$

$$U = \theta + \nu \cdot \eta^e$$

Μπορώ βέβαιο και αντίστροφα όπως αντί για θ θα είχα $1-\theta$.

η^e = προσδοκώμενος αριθμός καταναλωτών

$$\eta^e = \eta_i^e + \gamma \cdot \eta_j$$

(i, j = εταιρείες 1 και 2 δηλ i και j)

Το πόσοι καταναλωτές θα συνδεθούν με την εταιρεία $i=1$ έχει και κάνει με το γ δηλ τον αριθμό συμβατότητας.

$\gamma = 0$ οι εταιρείες εντελώς ασύμβατες

για $\gamma = 1$ » » είναι εντελώς συμβατές

$0 < \gamma < 1$ μερικώς συμβατές

Αν $\gamma = 0$ $U_i = \theta + \nu \eta_i^e$

Αν $\gamma = 1$ δηλαδή τέλεια συμβατά τότε $\gamma = 1$ δηλ

$$U_i = \theta + \nu (\eta_i^e + \eta_j^e)$$

Πιο πριν προχωρήσαμε αυτόν περιθώριο αναμένοντας το η_i^e και η_j^e. Βάλαμε αυτόν την περίπτωση που οι εταιρείες έχουν εξειδικευμένη βάση δηλ γράφαμε:

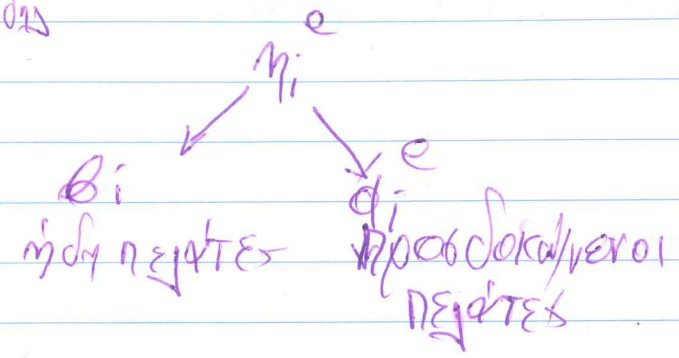
$$\eta_i = b_i + a_i^e$$

και $\eta_j = b_j + a_j^e$

b_i, b_j = οι εταιρείες i, j έχουν πλήθος μια

Βάση καταναλωτών, δηλαδή έχουν μια βάση καταναλωτών που ήδη έχουν φάρει στην εφαρμογή εταιρεία και υποθέτω σε αυτό το μοντέλο οι καταναλωτές αυτοί έχουν υπογράψει κάποια συμβόλαια ~~και άλλα~~ που τους δεσμεύουν και έτσι δεν μπορούν να αλλάξουν απόφαση.

Άρα τα q_i, q_j είναι οι προσδοκώμενοι νέοι καταναλωτές.



$b_i, b_i \geq 0$

οπότε

$$U_i = \theta + v\underbrace{[(b_i + q_i^e) + \gamma(b_j + q_j^e)]}_{q_i} = \theta + q_i$$

$$U_j = \theta + v\underbrace{[(b_j + q_j^e) + \gamma(b_i + q_i^e)]}_{q_j} = \theta + q_j$$

Άρα

$$U_1 = \theta + q_1$$

$$U_2 = \theta + q_2$$

Τώρα θέλω να βρω τις καμπύλες χρήσης της κάθε εταιρείας μαζί βρω τις καμπύλες ζήτησης θα πάω στον Cournot Δηλή αντιαγωνισμός σε ποσότητες Cournot

Τα βήματα που ακολουθώ είναι ίδια με το μέρος Α.
Δηλαδή βρίσκω τον αδιάφορο κατανομών
Εδώ η αδιαφορία έχει 2 μορφές διαφοράς
γιαυτό μπορεί που να μην εγγραφεί ψηφ
να εγγραφεί, αφού ψηφ αν εγγραφεί να είναι
αδιάφορος δε ποια επιχείρα θα εγγραφεί
Αυτό βαίνει ψηφ:
Αν εγγραφώ στην επιχείρα $i=1$ πιθανότητα
που παίρνω είναι
$U_1 - P_1 = 0$ (1) (αδιάφορος αν εγγραφή στην $i=1$
η παθόδου)
μετά αντίστοιχα

$U_2 - P_2 = 0$ (2) (αδιαφορία μου αν εγγραφή στην
$i=2$ η παθόδου)

Από (1), (2) $U_1 - P_1 = U_2 - P_2$

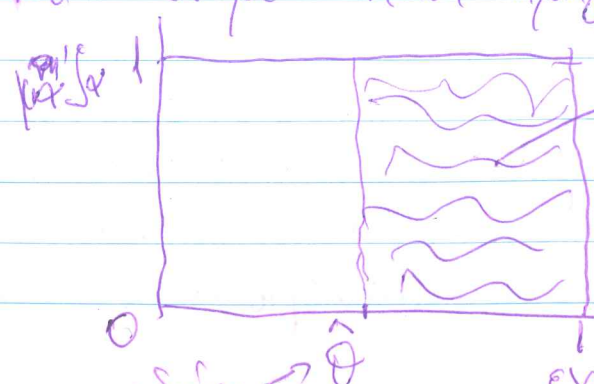
ο αδιάφορος

$U_1 - P_1 = 0 \Rightarrow \theta + g_1 = P_1 \Rightarrow \hat{\theta} = P_1 - g_1$

$U_2 - P_2 = 0 \Rightarrow \theta + g_2 = P_2 \Rightarrow \hat{\theta} = P_2 - g_2$

~~$U_1 - P_1 = U_2 - P_2$~~ $\hat{\theta} = P_1 - g_1 = P_2 - g_2$

Τα υπόλοιπα βήματα ποια θα είναι:
1) Να δούμε ποιοι πραγματικά θα εγγραφούνε



$$1-\hat{\theta}=q_1+q_2$$

q_1^e = ο προσδοκώμενος αριθμός νέων πελατών στην $i=1$

q_2^e = ο >> >> >> >> >> $i=2$

$$q_1=q_1^e \qquad q_2=q_2^e$$

Τώρα για να βγάλω την καμπύλη ζήτησης μιας για τις 2 εταιρείες
θα πάρω για την 1η εταιρεία

$$1-\hat{\theta}=q_1+q_2$$

$$1-(p_1-g_1)=q_1+q_2$$

$p_1=1-(q_1+q_2)+g_1$ και με βάση που έχω κάνει βρίσκω

(9) $p_1(q_1,q_2)=1+v(b_1+\gamma b_2)-(1-v)q_1-(1-\gamma v)q_2$
(καμπύλη ζήτησης για την $i=1$ εταιρεία)

και

(10) $p_2(q_1,q_2)=1+v(b_2+\gamma b_1)-(1-v)q_2-(1-\gamma v)q_2$
(καμπύλη ζήτησης για την $i=2$ εταιρεία)

Τώρα το επόμενο βήμα είναι να βρούμε το Cournot
Επίσης είχαμε πει ότι
ο ~~Καθαρός συναγωνισμός~~ παράγοντας διαφοροποίησης δηλ τα προϊόντα που δίνουν οι 2 υπηρεσίες είναι ομοιογενή όμως ο καταναλωτής δεν το

βγάζω το ίδιο

Αν γενικά $\gamma=1$ δηλ είναι τέλεια substitutes τότε έχω:

$$p_1 = A - (1-\gamma) Q$$

$$p_2 = A - (1-\gamma) \cdot Q$$

Συνολική $P = A - (1-\gamma)(q_1+q_2)$ $\quad 0 < \gamma < \frac{1}{2}$

~~Αν γ=0 δεν έχω~~

Αν $\gamma=0$ δεν έχω όφελος δικτύου όμως

Αν $\gamma \to 0$

$$\boxed{P = A - (q_1+q_2)}$$

Συνολική με $\gamma=1$ έχω ομοιογενή προϊόντα

Αυτό θυμίζει μια κατηγορία βιβλίων που παίρνω για να γνωρίσω με Cournot με ομοιογενή προϊόντα.

Αν γ όχι 1 μερικώς substitutes

Συνολικά το γ παίζει το ρόλο της διαφοροποίησης δηλ πόσο διαφοροποιημένα είναι τα προϊόντα.

Αν είναι τέλεια substitutes δεν με ενδιαφέρει σε ποια επιχείρηση θα αγοράσω στην ίδια τιμή είμαι αδιάφορος (μερικώς substitutes)

Αν όμως $\gamma \neq 1$ τότε δεν είναι ομοιογενή τα προϊόντα, τώρα στην ίδια τιμή μπορεί να προτιμάω την μία ή την άλλη.

(Cournot – Hotelling 25:00)

Εδώ είναι σημαντικό να θυμόμαστε ότι ο βαθμός substitutability είναι ~~εξωγενώς~~ εξωγενώς δεδομένος

δεν είναι μεταβλητή που επηρεάζει από τις εταιρείες και αυτό που θα κάνω είναι η βαρύτητα μιας εταιρικής δημοσίευσης. Θα μεταβάλω το β και θα δω πως επηρεάζει τα κέρδη των εταιρειών. Αν μπορούσαν να επηρεάσουν οι εταιρείες θα θέλανε μεγαλύτερο β ή μικρότερο β;

Εφαρμογή

Πόσο εξαρτάται η χρησιμότητα από το β

Απάντηση

$$U_i = \theta + v\left[(\beta_i + q_i^e) + \gamma(\beta_j + q_j^e)\right]$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial \gamma} = v(\beta_j + q_j^e) > 0$$

άρα ↑β αυξάνεται και η χρησιμότητα.

Επίσης ↑γ δεν επηρεάζει τον προσδοκώμενο αριθμό η^e το η^e δεν εξαρτάται από το γ

Ανταγωνισμός Cournot

Ανταγωνισμός Cournot είναι ανταγωνισμός σε ποσότητες, δηλαδή η κάθε εταιρεία επιλέγει την ποσότητα της για να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της παίρνοντας σαν δεδομένη την ποσότητα της άλλης εταιρείας.

Υποθέτω ότι το οριακό κόστος είναι 0.

Μπορούμε το $C=2$

$TC_1 = C \cdot q_1$

$\frac{\partial TC_1}{\partial q_1} = MC_1 = C = 0$

άρα $P_1(q_1, q_2) \cdot q_1 - TC_1$

$P_1(q_1, q_2) \cdot q_1 - C \cdot q_1 = 0$

Για την επιχείρηση 1:

άρα $\max_{q_1} \Pi_1 = P_1(q_1, q_2) \cdot q_1$

Για την επιχείρηση 2:

$\max \Pi_2 = P_2(q_1, q_2) \cdot q_2$

όπου $P_1(q_1, q_2)$ και $P_2(q_1, q_2)$ δίνονται στις εξέσεις (9) και (10)

Βρίσκω τις συναρτήσεις αντίδρασης των εταιρειών 1 και 2, από τις συνθήκες α' τάξης ως τη συνάρτηση αντίδρασης 2 ως εταιρείας 2 να βάλω αυτό το σύστημα και να βρω την λύση (11)

και βρίσκω από (12) (13) άριστες τιμές και ποσότητες και τα

$q_1^* = q_2^*$ είναι συμμετρικά.

Παράδειγμα

Η συνάρτηση χρησιμότητας

$$U_i = \theta + \frac{(q_i^e + \gamma q_j^e)}{4}$$

α) Βρείτε την καμπύλη ζήτησης για την κάθε εταιρεία
β) Βρείτε τα κέρδη της κάθε εταιρείας
γ) Δείξτε αν τα κέρδη της εταιρείας αυξάνονται με το γ ή όχι

Λύση

Εδώ εν σχέσει με την θεωρία έχω:

$$\theta_i = \theta_j = 0 \qquad v = \frac{1}{4}$$

$$q_1 = \frac{1}{4}[q_i^e + \gamma q_j^e] = \frac{q_i^e + \gamma q_j^e}{4}$$

όπου θ = όρεξος αντιστέλας
q_i^e, q_j^e = ο προσδοκώμενος αριθμός νέων πελατών εταιρείας i, j
γ = ο ~~βαθμός~~ βαθμός συμβατότητας

Τώρα πρέπει να κάνω τα βήματα

1) πρέπει να βρω Αδιάφορο
2) Ποιοί πραγμ. ορίζονται
3) οριζόντιες προσδοκίες

$\Rightarrow$ καμπύλες ζήτησης για εταιρεία 1 και 2 $\Rightarrow$

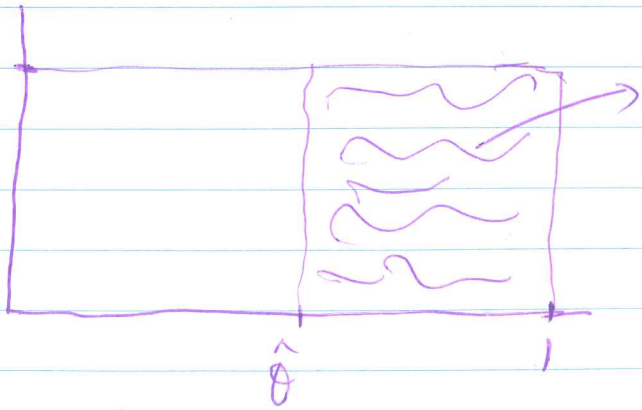
$\Rightarrow$ Συστημα και να βρω q_1^*, q_2^* και p_1^*, p_2^* και Π_1^*, Π_2^* (κέρδη)

(Θα μπορούσε να δώσει κάτι π.χ
$U = \theta + \frac{[\beta + q_i^e] + \gamma [q_j^e]}{3}$
ή $U = (1-\theta) + \frac{q_1^e + \gamma q_j^e}{4}$ αντί για θ να δώσει $1-\theta$)

Λύση
Αδιάφορος καταναλωτής
$U_1 - P_1 = 0 \Rightarrow P_1 = \theta + \frac{q_i^e + \gamma q_j^e}{4} \Rightarrow \hat{\theta} = P_1 - \frac{q_i^e + \gamma q_j^e}{4}$
αδιάφορος καταναλωτής.

και όμοια για την επιφάνεια: $\hat{\theta} = P_2 - \frac{q_i + \gamma q_i^e}{4}$

Άρα για $i=1$ $j=2$
$\hat{\theta} = P_1 - \frac{q_1^e + \gamma q_2^e}{4}$ (1) και $\hat{\theta} = P_2 - \frac{q_2^e + \gamma q_1^e}{4}$ (2)



φυτοί θα εξαφανιστούν
$1 - \hat{\theta} = q_1 + q_2$

$1 - \hat{\theta} = q_1 + q_2$ (3)

οι ορθολογικές προσδοκίες
$q_1 = q_1^e$ και $q_2 = q_2^e$ (4)

Τώρα

Για την εταιρεία 1

$$\left.\begin{aligned} \hat{\theta} &= p_1 - \frac{q_1^e + \gamma q_2^e}{4} \\ 1-\hat{\theta} &= q_1 + q_2 \\ q_1 &= q_1^e \quad q_2 = q_2^e \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$1 - \left(p_1 - \frac{q_1 + \gamma q_2}{4}\right) = q_1 + q_2 \Leftrightarrow$$

$$1 - p_1 + \frac{q_1 + \gamma q_2}{4} = q_1 + q_2 \Leftrightarrow$$

$$p_1 = 1 + \frac{q_1 + \gamma q_2}{4} - q_1 - q_2 \Leftrightarrow$$

$$p_1 = \frac{4 + q_1 + \gamma q_2 - 4q_1 - 4q_2}{4} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{p_1 = \frac{4 - 3q_1 - (4-\gamma)q_2}{4}}$$

Με όμοιο τρόπο βρίσκω ότι

$$\boxed{p_2 = \frac{4 - 3q_2 - (4-\gamma)q_1}{4}}$$

Εφόσον τώρα το οριακό κόστος είναι μηδέν τα κέρδη της είναι τα έσοδά της.

$$\Pi_1 = p_1 \cdot q_1$$

Τώρα τα μέρη της 1ης εταιρείας

$P_1 = \frac{4 - 3q_1 - (4-\gamma)q_2}{4}$

$\Pi_1 = P_1 \cdot q_1$ (τι συμφέρει Cournot;)

$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 0$ όμως $\Pi_1 = P_1 \cdot q_1 = \frac{4 - 3q_1 - (4-\gamma)q_2}{4} \cdot q_1$

$= \frac{4q_1 - 3q_1^2 - (4-\gamma)q_2 \cdot q_1}{4}$

άρα $\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = \frac{4 - 6q_1 - (4-\gamma)q_2}{4} = 0 \Rightarrow$

$4 - 6q_1 - (4-\gamma)q_2 = 0 \Leftrightarrow 6q_1 = 4 - (4-\gamma)q_2 \Leftrightarrow$

$\boxed{q_1 = \frac{4 - (4-\gamma)q_2}{6}}$ είναι η συνάρτηση αντίδρασης της εταιρείας 1.

Τα μέρη της 2ης εταιρείας είναι:

$P_2 = \frac{4 - 3q_2 - (4-\gamma)q_1}{4}$

$\Pi_2 = P_2 \cdot q_2$ (Cournot) $\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 0$

όμως $\Pi_2 = P_2 \cdot q_2 = \frac{4 - 3q_2 - (4-\gamma)q_1}{4} \cdot q_2$

$= \frac{4q_2 - 3q_2^2 - (4-\gamma)q_1 q_2}{4}$

άρα $\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = \frac{4 - 6q_2 - (4-\gamma)q_1}{4} = 0 \Leftrightarrow 4 - 6q_2 - (4-\gamma)q_1 = 0$

$\Leftrightarrow 6q_2 = 4 - (4-\gamma)q_1 \Leftrightarrow \boxed{q_2 = \frac{4 - (4-\gamma)q_1}{6}}$

Βγάζαμε κοινόν τις συναρτήσεις αντίδρασης (Cournot)

$$\boxed{q_1 = \frac{4-(4-\gamma)q_2}{6}}$$

Συμμετρικές οι εταιρείες

$$\boxed{q_2 = \frac{4-(4-\gamma)q_1}{6}}$$

Τώρα επειδή είναι συμμετρικές οι εταιρείες έχουμε.

$q_1 = q_2 = q^*$

άρα $q_1 = \frac{4-(4-\gamma)q_2} \Leftrightarrow q_1 = \frac{4-(4-\gamma)q_1}{6} \Leftrightarrow$

$6q_1 = 4-(4-\gamma)q_1 \Leftrightarrow 6q_1 = 4-4q_1+\gamma q_1 \Leftrightarrow$

$10q_1 - \gamma q_1 = 4 \Leftrightarrow q_1(10-\gamma) = 4$ άρα

$q_1 = \frac{4}{10-\gamma}$ επομένως $\boxed{q_1 = q_2 = q^* = \frac{4}{10-\gamma}}$

Τώρα για $q_1 = \frac{4}{10-\gamma}$ έχω ότι

$$P_1 = \frac{4-3\frac{4}{10-\gamma}-(4-\gamma)\cdot\frac{4}{10-\gamma}}{4} = \frac{4(10-\gamma)-12-16+4\gamma}{4(10-\gamma)} =$$

$$= \frac{40-12-16}{4(10-\gamma)} = \frac{12}{4(10-\gamma)} = \frac{3}{(10-\gamma)}$$

και τα κέρδη είναι $\Pi_1^* = P_1 \cdot q_1 = \frac{3}{10-\gamma}\cdot\frac{4}{10-\gamma} = \frac{12}{(10-\gamma)^2}$

Όμοια και $\Pi_2^* = \frac{12}{(10-\gamma)^2}$

άρα $\Pi_1^* = \Pi_2^* = \Pi = \frac{12}{(10-\gamma)^2}$

Τώρα $\frac{\partial \pi_1^*}{\partial y} = (12 \cdot (10-y)^{-2})' = -24 \cdot (10-y)^{-1} \cdot (10-y)' =$

$= 24(10-y)^{-1} = \frac{24}{10-y} > 0$

Επομένως $\frac{\partial \pi_1^*}{\partial y} = \frac{\partial \pi_2^*}{\partial y} > 0$ άρα οι

2 εταιρείες τα κέρδη τους αυξάνονται όταν αυξάνεται η συμβατότητα τους y.

(Οι εξατεταμένες βάθους είναι μη στις 2 εταιρείες ίδιες και συγκεκριμένα εδώ μηδενικές Άρα συμπέρασμα αν οι 2 εταιρείες έχουν το ίδιο μέγεθος άρα παραγόμενο 1 όταν οι 2 εταιρείες έχουν το ίδιο μέγεθος τα κέρδη και των 2 εταιρειών αυξάνονται από την συμβατότητα.

ΜΑΘΗΜΑ 5ο

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ

(Επανάληψη στη ισορροπία Nash)

ΣΤΑΤΙΚΑ ΠΑΙΓΝΙΑ - ΠΛΗΡΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗ.

Παίγνιο δύο ατόμων ομαδικών

ΠΑΙΚΤΗΣ 2

ΠΑΙΚΤΗΣ 1	Σ	Θ
Σ	-1, -1	-9, 0
Θ	0, -9	-6, -6

Σ: δίωπηδός

Θ: αρνούμαι

→ εδώ είναι η ισορροπία Nash ομάδα αρνούμαι

Σε ισορροπία Nash βρίσκεις κατά αρχήν σε μάθε παίχτη τις άριστες αντιδράσεις δηλ ποια είναι η καλύτερη του απάντηση σε μόδε στρατηγική του άλλου και η ισορροπία Nash είναι εκεί που έχεις αμοιβαία άριστες απαντήσεις.

(Η ισορροπία Nash δεν συμβαίνει ότι πάντα θα δώσει το καλύτερο αποτέλεσμα)

1 \ 2	Κ	Γ
Κ	-1, 1	1, -1
Γ	1, -1	-1, 1

Το παίγνιο Κ, Γ είναι παίγνιο που δεν έχει ισορροπία Nash (ισόρροπα - χρώματα)

1 \ 2	Π	Θ
Π	2, 1	0, 0
Θ	0, 0	1, 2

← ποδόσφαιρο - όπερα
2 ισορροπίες Nash
παίχνιο συνεργασίας
- διαχρονικής

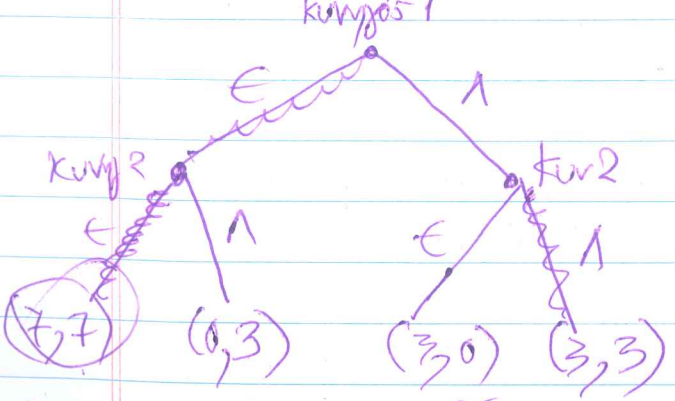
1 \ 2	Ε	Λ
Ε	7, 7	0, 3
Λ	3, 0	3, 3

Εμφύλιος
Για να πιάσει το
εμφύλιος πρέπει και
οι 2 να κυνηγήσουν
εμφύλιο
παίχνιο συνεργασίας.

Αυτού του τύπου τα παίχνια
θα συναντήσουμε στην Τεχνολογική πρόοδο

Στα στατικά παίχνια οι παίκτες κινούνται ταυτόχρονα, ενώ στα δυναμικά => διαδοχικά

Δυναμικά παίχνια (δένδροδιάγραμμα)

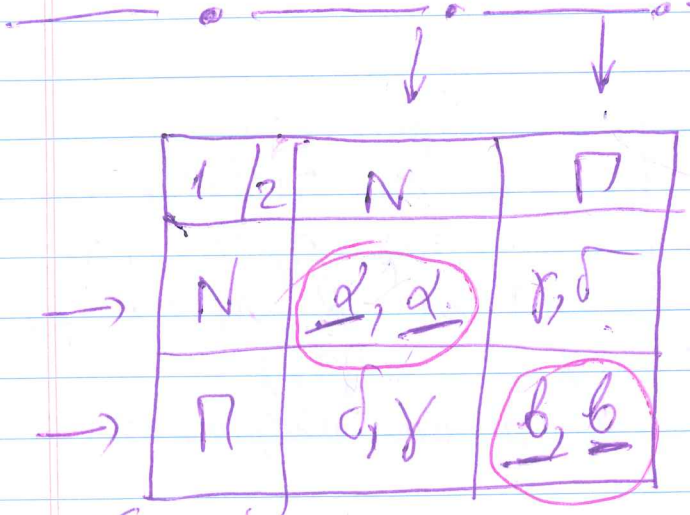


Ο 2ος κυνηγός βλέπει τι έχει παίξει ο 1ος

Αν ο 2ος δεν βλέπει τι έχει παίξει ο 1ος τότε το πρόβλημα αλλάζει και με αυτό θα ασχοληθούμε

Θα ασχοληθούμε με παίγνια: Πλήρους Πληροφόρησης και στατικού παίγνιο (ταυτόχρονα παίζουν)

Στατικό παίγνιο είναι ταυτόχρονο
Δυναμικό => να ξέρει ο 2ος τι έπαιξε ο 1ος
Πλήρους πληροφόρησης = γνωρίζω όλες τις αποδόσεις



$\alpha > \delta$, $\beta > \gamma$

Έχω ένα
Στατικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης που έχει
2 ισορροπίες Nash.

2 ισορροπίες αντεργασίας (ίσως το λιγότερο)

Θέλω να δω τις επιπτώσεις
1) $\alpha > \beta$
   i) η ισορροπία που επιλέγεται πραγματικά είναι (Νέα, Νέα) ✓
   ii) (Παλιά, Παλιά)? υποδυέστερη από (Νέα, Νέα) [αδράνεια α.]
2) $\alpha < \beta$
   i) (Παλιά, Παλιά) ✓
   ii) (Νέα, Νέα)? υποδυέστερη από (Παλιά, Παλιά) [αθυμία]

Τώρα βάζουμε τα $\alpha=7$, $\beta=4$, $\gamma=3$, $\delta=1$
δηλ $\alpha=7>\delta=1$ και $\beta=4>\gamma=3$

→ 2ος παίκτης

1/2	Ν	Π
Ν	7, 7	3, 1
Π	1, 3	4, 4

1ος παίκτης ↓

η (Ν, Ν) είναι η κυρίαρχη κατά Pareto.
Αν όμως επιλέξω (Π, Π) τότε αυτό χαρακτηρίζεται ως ~~προδ~~ υπερβάλουσα αδράνεια.

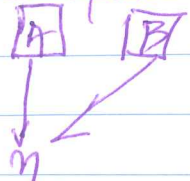
Κατά αντιστοιχία

1/2	Ν	Π
Ν	4, 4	3, 1
Π	1, 3	(7, 7)

Εδώ βλέπουμε ότι ενώ η κυρίαρχη κατα Pareto είναι η (Π, Π) αυτή που υιοθετούν είναι η (Ν, Ν) τότε κυτό χαρακτηρίζεται ως υπερβάλουσα άθληση

Τώρα, γενιέται το ερώτημα γιατί να παίζουν ταυτόχρονα;
Αν το παίγνιο γίνει δυναμικό δηλαδή παίξει πρώτα ο πρώτος παίκτης και βλέποντας ο δεύτερος τι έπαιξε ο πρώτος παίξει, ο δεύτερος πάντα θα επιλέξει την καλύτερη επιλογή

Αν δεν έχω πλήρη πληροφόρηση σε δυναμικό παίγνιο μπορώ να εμφανίσω αβεβαιότητα και άγνοια.
Στο επόμενο μάθημα



η

έχουμε μία εταιρεία, παρήγαγε ένα προϊόν με παλιά τεχνολογία.
Θα εγκαταστάθει μια νέα τεχνολογία δεδομένου ότι υπάρχει μια βάση με παλιά τεχνολογία;
Η θα υιοθετήθει το νέο προϊόν της εταιρείας Β, δεδομένου ότι υπάρχει ήδη μια εγκατεστημένη βάση που χρησιμοποιεί το προϊόν της Α;

ΜΑΘΗΜΑ 6ο

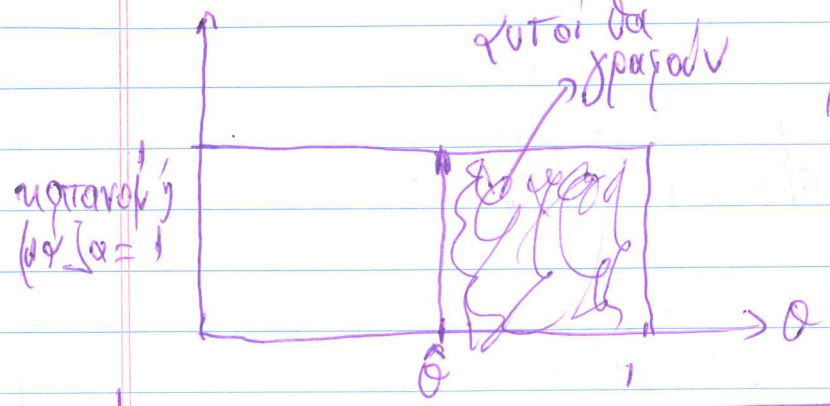
Επανάληψη

$$U_i = \theta + \frac{q_i^e + \gamma q_{ij}}{4}$$

$\theta = 1$ 1 μέγιστη προθυμία πληρ.
$\theta = 0$ 0 » »

$$\gamma = \frac{1}{4} \qquad b_i = b_j = 0$$

Βρείτε αδιάφορο καταναλωτή $\hat{\theta}$, καμπύλες δύτητας και θέση Cournot (αντιαγωνιστού)



μεγαλύτερο θ μεγαλύτερη προθυμία πληρωμής μεγαλύτερη πιθανότητα δύο αγορά το όρεμος αντιτέλειας

$U_i - P_i = 0 \Rightarrow \boxed{\hat{\theta}} = P_i - \frac{q_i^e + \gamma q_j^e}{4}$ αδιάφορος καταναλωτής στην επιφάνεια 1

$q_1^e = q_1$ προσδοκίες

$q_2^e = q_2$

$q_1 + q_2 = 1 - \hat{\theta}$

από αυτό το σύστημα παίρνω καμπύλη για την επιφάνεια 1

$$\boxed{P_1 = 1 - \frac{3}{4} q_1 - \frac{4-\gamma}{4} q_2} \quad (1)$$

Το επόμενο βήμα είναι ο ανταγωνισμός Cournot

Επιλέγω το q_1 για να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της δεδομένου το q_2. Το αντίστοιχο για την εταιρεία 2

Θα αλλάξουν τα πράγματα αν υποθέσουμε ότι όσο μικραίνει το θ ($\theta \to 0$) έχουν μεγαλύτερη προθυμία. Μυρωμένες;

Αν αλλάξω προέκτα

i) $U_i = (1-\theta) + \frac{q_i^e + \gamma q_j^e}{4}$

ii) $\theta = 1 \quad 0$
$\theta = 0 \quad 1$

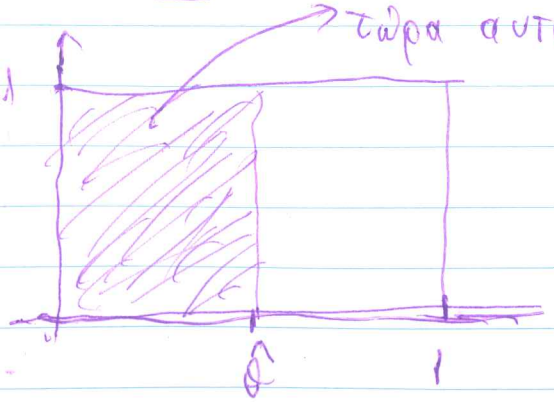
iii) $U_1 = P_1 = 0 \Rightarrow (1-\theta) + \frac{q_i^e + q_j^e}{4} - P_1 = 0 \Rightarrow$

ο αδιάφορος καταναλωτής είναι:

$$\hat{\theta} = 1 - P_1 + \frac{q_i^e + q_j^e}{4}$$

$$q_1^e = q_1 \quad q_2^e = q_2$$

$$q_1 + q_2 = \hat{\theta}$$



Έχω μοτό → Cournot εδώ

$$q_1+q_2 = 1-p_1+\frac{1}{4}q_1+\frac{\gamma}{4}q_2$$

$$\boxed{p_1 = 1-\frac{3}{4}q_1-\frac{4-\gamma}{4}q_2} \quad (2)$$

Από (1), (2) Παρατηρώ ότι η καμπύλη ζήτησης είναι ίδια είτε η προθυμία του $\theta \to 1$ ή είτε η προθυμία $\theta \to 0$.

(Αυτό φαρίβωλ είχαμε εξαιρέσει και σε μονοπώλιο με το $\times$).

$$\boxed{q_1^*} \quad \boxed{q_2^*} \qquad \pi_1^* = (1-\nu)(q_1^*)^2$$

$$\boxed{\operatorname{sign}\frac{\partial \pi_1}{\partial \gamma} = \operatorname{sign}\frac{\partial q_1}{\partial \gamma}} \quad * * *$$

Είπαμε ότι βρέσκω Άρα αν θέλω να βρω το $\operatorname{sign}\left(\frac{\partial \pi_1}{\partial \gamma}\right)$ και είναι πολύπλοκο σότε πρόβλημα

αρκεί να βρω το $\operatorname{sign}\frac{\partial q_1}{\partial \gamma}$

Τώρα αν υποθέσω ότι (τυχαία) $q_1^* = \frac{1}{4-\gamma}$ και $\pi_1 = \frac{1}{2(4-\gamma)^2}$ → αυτό είναι αυτό να υπολογιστεί για το πρόβλημα του. Αν όμως είναι πολύπλοκο τότε βρίσκεις το $\operatorname{sign} q_1^* = \operatorname{sign}\frac{1}{4-\gamma}$

1/2	Ε	Λ
Ε	(7,7)	3,1
Λ	1,3	(4,4)

Στρατηγική Ε-Λ
{Σαφή, λαμός}

Έχει 2 ισορροπίες Nash
και δεν ξέρεις ποιά είναι
~~το αποτέλεσμα~~
από τις 2 είναι επικρατούσα.
και μα αυτό μόνο υποθέσεις.

1/2	Ν	Π
Ν	(7,7)	3,1
Π	1,3	(4,4)

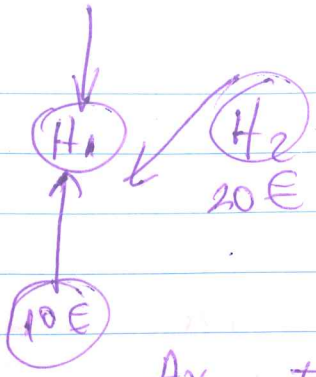
2 ισορροπίες Nash
δεν ξέρω ποιά είναι
η επικρατούσα και
μόνο υποθέσεις

Και μέω
1) Εαν η επικρατούσα είναι η (Ν,Ν) Ο.Ι.Σ.

2) Εαν >> >> >> η (Π,Π) τότε
έχω επιλέξει τη χαμηλότερη και μέω ότι
έχω • υπερβάλλουσα αξιόπιστα.

Ανάλογη είναι η ~~υπερβάλλουσα~~ υπερβάλλουσα
αξιόπιστη

Έστω ότι έχουμε μία εταιρία H_1 που είναι
ομοσεμένοι 2 χρήστες και οι υπηρεσίες
τους κοστολογούνται 10 €
Τώρα ~~αν~~ έστω ότι μπαίνει στην αγορά
μία άλλη εταιρία H_2 που οι υπηρεσίες
της κοστολογούνται 20 € και είναι
ανάλογη με την H_1



Αν τώρα μπουν και οι 2 χρήστες στην H_2 τότε το κόστος είναι 20.
Αν όμως μπει μόνο ο ένας, τότε αφού οι 2 εταιρείες H_1, H_2 είναι ανταγωνιστές το κόστος είναι 0 γιατί οι 2 χρήστες δεν θα μπορούν να επικοινωνούν.

1 / 2	H_1	H_2
H_1	10, 10	0, 0
H_2	0, 0	20, 20

Το συγκεκριμένο παίγνιο έχει 2 ισορροπίες Nash
Εδώ δεν μπορούμε να μιλήσουμε με υπερβάλλουσα ακρίβεια η' αθήνα.
Εάν έχω ένα στατικό παίγνιο με 2 ισορροπίες Nash δεν ξέρω ποια από τις 2 είναι η επικρατούσα ώστε τις ✓ συχνά δες.
Μέχρι στιγμής έχουμε μιλήσει για:
α) Τέλειος ανταγωνισμός, β) Μονοπώλειο χωρίς μνήμης με θετική εξίσου
δ) τέλειος ανταγωνισμός συμβατότητα
ε) Τεχνολογική πρόοδο
Έχουμε μιλήσει για ΑΜΕΣΕΣ ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΔΙΚΤΥΟΥ

$g(\eta^e)$ ↑ χαμηλότητα δικτύου εξαρτάται άμεσα από το η^e

Επόμενο μάθημα θα μιλήσουμε για τις έμμεσες επιδράσεις δικτύου ή εικονικά δίκτυα
π.χ. Διαβάζω μια εφημερίδα στο internet με ενδιαφέρει πόσοι την διαβάζουν;
Άμεσα όχι
Έμμεσα όμως με απασχολεί. Διότι αν την διαβάζουν μόνο εγώ θα σταματήσω να κυκλοφορεί η εφημερίδα και δεν θα την έχω
Επίσης παράδειγμα playstation.

ΜΑΘΗΜΑ 7ο

Άσκηση για ατελή ανταγωνισμό - συνδρομητές

Έστω ότι υπάρχει μια υπηρεσία τηλεπικοινωνίας η οποία παρέχεται από 2 επιχειρήσεις 1 και 2 αντ. ένας αριθμός πιθανών καταναλωτών της υπηρεσίας. Σε περίπτωση εγγραφής στην υπηρεσία, όλοι οι καταναλωτές αποκομίζουν ίδιο όφελος δικτύου, αλλά δεν αποκομίζουν το ίδιο όφελος αυτοτέλειας. Η παράμετρος θ κατανέμεται ομοιόμορφα στο διάστημα $[0,1]$ και δηλώνει την επιθυμία του κάθε καταναλωτή να πληρώσει για την υπηρεσία. Οι καταναλωτές με υψηλό θ έχουν μεγάλη επιθυμία να πληρώσουν, δηλαδή δίνουν μεγάλη αξία στην υπηρεσία. Το ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει με αυτούς που έχουν χαμηλό θ. Η τιμή εγγραφής στην υπηρεσία είναι p_i $i=1,2$. Η συνάρτηση χρησιμότητας ενός καταναλωτή με επιθυμία πληρωμής θ ο οποίος και εγγράφεται στην υπηρεσία της επιχείρησης 1 είναι:

$$U_1(\theta) = \theta + \frac{[(b+q_1^*)+\gamma q_2^*]}{3}$$

ενώ όταν εγγράφεται στην υπηρεσία της επιχείρησης 2 η συνάρτηση χρησιμότητας του είναι:

$$U_2(\theta) = \theta + \frac{[q_2^* + \gamma(b+q_1^*)]}{3}$$

όπου:

i) q_1^*, q_2^* : είναι ο προσδοκώμενος αριθμός των καταναλωτών που θα εξυπηρετούν η κάθε επιχείρηση

ii) γ : είναι ο βαθμός συμβατότητας με $\gamma \in [0,1]$

iii) β : είναι η βάση που έχει εγκατεστημένη η επιχείρηση 1
(η επιχείρηση 2 δεν έχει εγκατεστημένη βάση)

Οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται α la Cournot.
Το οριακό κόστος παροχής της υπηρεσίας είναι $c=0$

α) Να βρείτε τις ταμπέλες-ζήτησης.

β) Να βρείτε τις τιμές και τα κέρδη των επιχειρήσεων στην ισορροπία.

γ) Πως μεταβάλλονται τα κέρδη των επιχειρήσεων καθώς μεταβάλλεται η συμβατότητα;

Παρατηρήσεις

1) Οι επιχειρήσεις μπορεί να είναι συμμετρικές, μπορεί όμως να είναι και μη συμμετρικές (Μίκρος)
Στη Μίκρο 2 τις συμμετρικές και μη συμμετρικές τις ξεχωρίζαμε βάσει του κόστους
Ίδιο κόστος → ίδια ζήτηση → είναι συμμετρικές
Διαφορετικό >> → είναι μη συμμετρικές
Όπως εδώ υπάρχει κάτι που τις κάνει να μην είναι συμμετρικές παρ' όλο που έχουν το ίδιο κόστος. Η παράμετρος που τις κάνει μη συμμετρικές είναι η βάση β.
Η μία επιχείρηση έχει εγκατεστημένη μία βάση β

Εάν η αξία όχι. Οπότε οι παραπάνω σύνολο δεν θα είναι ίδιες.

Κομβικά βήματα:

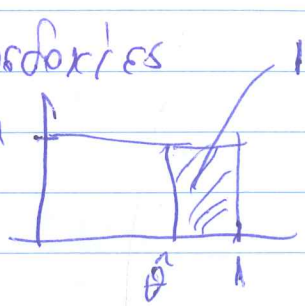
α) Βρίσκω πρώτα τον αδιάφορο καταναλωτή

β) Πόσα θα εξυφάνουν

γ) ορθολογικές προσδοκίες

$q_1^e = q_1$, $q_2^e = q_2$ ορθολογικές προσδοκίες

$q_1 + q_2 = 1 - \hat{\theta}$



$U_1(\theta) - p_1 = 0$ (συνθήκη αδιαφορίας) $\Rightarrow$

$$p_1 = U_1(\theta) = \theta + \frac{[(b + q_1) + \gamma q_2]}{3} =$$

$$= 1 - q_1 - q_2 + \frac{[(b + q_1) + \gamma q_2]}{3} =$$

$$= \frac{3 - 3q_1 - 3q_2 + b + q_1 + \gamma q_2}{3} =$$

$$= \frac{3+b}{3} - \frac{2}{3} q_1 - \frac{(3-\gamma)}{3} q_2$$

άρα $$\boxed{p_1 = \frac{3+b}{3} - \frac{2}{3} q_1 - \frac{(3-\gamma)}{3} q_2}$$

Επειδή οι επιφάνειες δεν είναι συμμετρικές

Για την 2η επιφάνεια.

$$\left.\begin{array}{l} q_1^e = q_1 \;\&\; q_2^e = q_2 \\ q_1 + q_2 = 1 - \hat{\theta} \end{array}\right\}$$

$$U_2(\theta) - P_2 = 0 \Leftrightarrow P_2 = U_2(\theta) = \theta + \frac{[q_2 + \gamma(\beta + q_1)]}{3}$$

$$= 1 - q_1 - q_2 + \frac{q_2 + \gamma\beta + \gamma q_1}{3} = \frac{3 - 3q_1 - 3q_2 + q_2 + \gamma\beta + \gamma q_1}{3}$$

$$= \frac{3 + \gamma\beta}{3} - \frac{2}{3} q_2 - \frac{(3-\gamma)}{3} q_1$$

Άρα

$$\boxed{\begin{array}{l} P_1 = \dfrac{3+\beta}{3} - \dfrac{2}{3} q_1 - \dfrac{(3-\gamma)}{3} q_2 \\ \\ P_2 = \dfrac{3+\beta\gamma}{3} - \dfrac{2}{3} q_2 - \dfrac{(3-\gamma)}{3} q_1 \end{array}}$$

και προφανώς είναι ανεξάρτητες οπότε θα δώσω και τα 2 προβλήματα ταυτόχρονα

$\max_{q_1} P_1, q_1 \Rightarrow q_1(q_2)$ συνάρτηση αντίδρασης του q_1 σε συνάρτηση του q_2

$\max_{q_2} P_2, q_2 \Rightarrow q_2(q_1)$ συνάρτ. αντίδρ. του q_2 σε συνάρτηση του q_1 της 1ης εταιρείας

και βρίσκω

$$\boxed{q_1^* = \frac{3(1+\gamma) + \beta(4 - 3\gamma + \gamma^2)}{(7-\gamma)(1+\gamma)}} \quad (1)$$

$$\boxed{q_2^* = \frac{3(1+\gamma) - \beta(3 - 5\gamma)}{(7-\gamma)(1+\gamma)}} \quad (2)$$

Της βρίσκω τα (1) και (2)

$\max \Pi_1$ όπου $\Pi_1 = P_1 \cdot q_1$
$\max \Pi_2$ » $\Pi_2 = P_2 \cdot q_2$
} ανεξάρτητα

$$\Pi_1 = P_1 \cdot q_1 = \left[\frac{3+\beta}{3} - \frac{2}{3}q_1 - \frac{(3-\gamma)}{3}q_2\right] \cdot q_1 =$$

$$= \frac{3+\beta}{3}q_1 - \frac{2}{3}q_1^2 - \frac{(3-\gamma)}{3}q_2 q_1$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = \frac{3+\beta}{3} - \frac{4}{3}q_1 - \frac{3-\gamma}{3}q_2 = 0$$

(συνθήκη α' τάξης)

$$\Leftrightarrow 3+\beta - 4q_1 - (3-\gamma)q_2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{4q_1 + (3-\gamma)q_2 = 3+\beta} \quad (3)$$

$$\Pi_2 = P_2 \cdot q_2 = \frac{3+\beta\gamma}{3}q_2 - \frac{2}{3}q_2^2 - \frac{(3-\gamma)}{3}q_1 q_2$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = \frac{3+\beta\gamma}{3} - \frac{4}{3}q_2 - \frac{(3-\gamma)}{3}q_1 = 0$$

(συνθήκη α' τάξης)

$$3+\beta\gamma - 4q_2 - (3-\gamma)q_1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$4q_2 + (3-\gamma)q_1 = 3+\beta\gamma \Leftrightarrow$$

$$\boxed{(3-\gamma)q_1 + 4q_2 = 3+\beta\gamma} \quad (2)$$

Λύνω το σύστημα (2) και (4)

$$4q_1 + (3-\gamma)q_2 = 3+6$$

$$(3-\gamma)q_1 + 4q_2 = 3+6\gamma$$

$$D = \begin{vmatrix} 4 & (3-\gamma) \\ (3-\gamma) & 4 \end{vmatrix} = 16 - (3-\gamma)^2 > 0$$

αφού $0 \le \gamma \le 1$

$$D = 4^2 - (3-\gamma)^2 = (4-3+\gamma)(4+3-\gamma) = (7-\gamma)(1+\gamma)$$

$$D_{q_1} = \begin{vmatrix} 3+6 & 3\gamma \\ 3+6\gamma & 4 \end{vmatrix} = 12+46-9+3\gamma-3\gamma+6\gamma^2$$

$$= 3+4\beta-3\beta\gamma+\beta\gamma^2 = 3(1+\gamma)+\beta(4-3\gamma+\gamma^2)$$

$$D_{q_2} = \begin{vmatrix} 4 & 3+6 \\ 3-\gamma & 3+6\gamma \end{vmatrix} = 12+4\beta\gamma-9-3\beta+3\gamma+\beta\gamma$$

$$= 3+5\beta\gamma-3\beta+3\gamma =$$

$$= 3(1+\gamma)-\beta(3-5\gamma)$$

Άρα

$$q_1^* = \frac{3(1+\gamma)+\beta(4-3\gamma+\gamma^2)}{(7-\gamma)(1+\gamma)}$$

και

$$q_2^* = \frac{3(1+\gamma)-\beta(3-5\gamma)}{(7-\gamma)(1+\gamma)}$$

τη ζητούμενη

Προφανώς δεν είναι $q_1^* = q_2^*$ γιατί είναι διαφορετικές.

Τώρα τα κέρδη είναι:

$$\Pi_1 = P_1 \cdot q_1 = \left[\frac{3+\beta}{3} - \frac{2}{3}q_1 - \frac{(3-\gamma)}{3}q_2\right] \cdot \left[\frac{3(1+\gamma)+\beta(4-3\gamma+\gamma^2)}{(7-\gamma)(1+\gamma)}\right]$$

$$= \frac{[3+\beta-2q_1-(3-\gamma)q_2]\cdot[3(1+\gamma)+\beta(4-3\gamma+\gamma^2)]}{3(7-\gamma)(1+\gamma)}$$

και $\Pi_2 = P_2 \cdot q_2 = \frac{[3+\beta\gamma-2q_2-(3-\gamma)q_1]\cdot[3(1+\gamma)-\beta(3-5\gamma)]}{3(7-\gamma)(1+\gamma)}$

Εδώ που η ~~κρίση~~ 1η επιχείρηση έχει εκκατεβαθμιδική βάση β ενώ η 2η όχι. Όρα η 1η επιχείρηση είναι η μεγάλη εταιρεία και η 2η η μικρή έχουμε $\frac{\partial q_1}{\partial \gamma} < 0$ και $\frac{\partial q_2}{\partial \gamma} > 0$

Δηλ. τα κέρδη της εταιρείας 1η όσο αυξάνεται το γ μειώνεται ενώ της 2ης αυξάνονται.

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial \gamma} = \frac{3+\beta}{(7-\gamma)^2} - \frac{\beta}{(1-\gamma)^2} < 0 \Rightarrow$$

$$\beta > \frac{3+6\gamma+3\gamma^2}{4-2\gamma-\gamma^2}$$

Τώρα αν οι 2 εταιρείες έχουν το ίδο μέγεθος βάσεων β ή έχουν μικρή διαφορά βάσεων τότε τα κέρδη τους αυξάνονται όταν αυξάνεται το γ βαθμό συμβατότητας.

Αν είναι αδιάφορες

$$\frac{\partial q_1^*}{\partial \gamma} < 0 \quad \text{και} \quad \frac{\partial q_2^*}{\partial \gamma} > 0$$

Η αδιαφορία δεν υπήρχε μόνο από το μύθος. Στην συγκεκριμένη περίπτωση η αδιαφορία είναι από το βέλος των βάσεων β. Όταν παίρνεις τις παραγώγους τότε για την 2η έχω

$$\frac{\partial q_2}{\partial \gamma} > 0$$

Για την 1η όμως που είναι πιο μεγάλη όμως δεν βέρω πόσο μεγάλη είναι.
Αν έχουν μεγάλη διαφορά τότε

$$\frac{\partial q_1^*}{\partial \gamma} < 0$$ αλλιώς αν δεν έχουν μεγάλη διαφορά

τότε $$\frac{\partial q_2^*}{\partial \gamma} > 0$$

ΥΛΙΚΟ/ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ-ΕΙΚΟΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

Άμεσες και έμμεσες επιδράσεις δικτύου

Έστω ένα αγαθό Χ π.χ. μία κονσόλα

Νοιώθω ενδιαφέρει πόσοι θα αγοράσουν την κονσόλα όχι άμεσα για δεν επικοινωνώ με τους άλλους αλλά έμμεσα από τις εφαρμογές όπως παιχνίδια (PLAY STATION)

έμμεση ωφέλεια χρησιμότητας $U_i = a_i + f(g_i(n^e))$

a_i = όφελος αυτοτέλειας

n^e = προσδοκόμενος αριθμός καταναλωτών

Ο προσδοκόμενος αριθμός καταναλωτών επηρεάζει έμμεσα όχι άμεσα. Δηλαδή επηρεάζει κάτι άλλο $g_i(n^e)$ που το κάτι άλλο επηρεάζει την χρησιμότητα μου.

Έστω ένα αγαθό Χ (υλικό) και η χρησιμότητα που παίρνω είναι:

$$U_i = a_i + f_i(n) \quad (1)$$

a_i = όφελος αυτοτέλειας
n = αριθμός εφαρμογών
$f_i(n)$ ωφέλεια εφαρμογών

$\frac{\partial U_i}{\partial n} = \frac{\partial f_i}{\partial n} > 0$

Δηλαδή σε περίπτωση κονσόλας όσο περισσότερα παιχνίδια η έχω τόσο περισσότερη χρησιμότητα έχω

Μέχρι τώρα δεν μπαίνει το η^e = προσδοκώμενος αριθμός καταναλωτών

2ο βήμα $\boxed{m = g_i(\eta^e)}$ (2)

Όμως ο αριθμός των εφαρμογών εξαρτάται από το η^e

άρα επίσης $\frac{\partial m}{\partial \eta^e} > 0$

ΟΠΟΤΕ από (1) και (2)

$$\boxed{U_i = a_i + [f(g_i(\eta^e))]}$$

η^e για το $\uparrow \Rightarrow m \uparrow \Rightarrow U \uparrow$ για το αγαθό X
αγαθό X

επιρροές έμμεσα

Για αυτό δέχονται εικονικά δίκτυα (Παράδειγμα επίσης η Facebook)

ΠΡΟΣΟΧΗ. ΔΕΝ είναι φόρτος η ποσότητα των εφαρμογών αλλά είναι ίδια η ποιότητα.

Παράδειγμα. Θεωρώ μια κονσόλα βιντεοπαιχνιδιών και ο προγραμματιστής επιθυμεί να αυξήσει την ποιότητα αυτών των παιχνιδιών ισούται με μια επένδυση x όπου

$$m(x) = 2\sqrt{x} \quad (1)$$

x = επένδυση

Το κόστος αύξησης της ποιότητας είναι:

$$C = x$$

η^e = προσδοκώμενος αριθμός καταναλωτών

Ο προγραμματιστής παίρνει ένα ποσοστό γ του οφέλους

Ο καταναλωτής >> >> >> $1-\gamma$ >> >>

(πλεόνασμα καταναλωτή)

Κλασσικό πρόβλημα μεγιστοποίησης

$$\max_x \Pi = \eta^e \cdot \gamma \cdot m - x \quad \leftarrow \text{το κόστος}$$

$$\max_x \Pi = \gamma \cdot 2\sqrt{x} \cdot \eta^e - x$$

Συνθήκες α' τάξης

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow \gamma \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \eta^e - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{\gamma \cdot \eta^e}{\sqrt{x}} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\gamma \cdot \eta^e = \sqrt{x} \Leftrightarrow \boxed{x^* = \gamma^2 (\eta^e)^2} \quad (2)$$ αυτό είναι το επίπεδο της μεγέθυνσης που μεγιστοποιεί το μερδ του προγραμματιστή.

Από (1), (2) βρίσκω ότι $m(x) = 2\sqrt{\gamma^2 (\eta^e)^2} = 2\gamma \cdot \eta^e$

$$\boxed{m = 2\gamma \cdot \eta^e} \quad (3)$$

Από την (3) βλέπουμε ότι όσο αυξάνεται ο προσδοκώμενος αριθμός καταναλωτών τόσο αυξάνεται και η ποιότητα των παιχνιδιών

Άρα η χρησιμότητα του καταναλωτή είναι:

$$\boxed{U_i = a_i + (1-\gamma)m}$$

Άρα $U_i = a_i + (1-\gamma)\cdot(x_i \cdot p_i^e)$

U_i: χρησιμότητα του καταναλωτή i από την κατοχή x.

ΜΑΘΗΜΑ 8ο

ΚΟΣΤΗ ΜΕΤΑΣΤΡΟΦΗΣ (switching costs)
ΕΓΚΛΩΒΙΣΜΟΣ/ΠΑΓΙΔΕΥΣΗ (Lock-in)

- Κόστη μάθησης (π.χ. νέο γραφείο)

(π.χ. υπολογιστής έχει στον υπολογιστή ~~Mac~~ Windows και πρέπει στον Mac. Και μπορεί να φτιάξει για αυτό. Αυτό είναι ένα κόστος μετάστροφής.
Ακόμη και από office που έχω για να πάω σε πιο εξειδικευμένη χορδή έχει ένα κόστος μετάστροφής)

- Αν π.χ είμαι στην εταιρεία Α και η εταιρεία Β έχει το αντίστοιχο προϊόν Β φθηνότερο μπορεί να μην θέλω να πάω στην Β γιατί θα έχω μεγάλο κόστος μετάστροφής (κόστος μαθησης). Δηλαδή η τιμή είναι ανελαστική.

Δηλ κατηγορία
- Κόστος αβεβαιότητας για αγαθά φτερόλιας (πχ. Καφέ)
- Ψυχολογικό κόστος για αγαθά αδιαφορίας (π.χ. οδοντίατρος, αγορά αυτοκινήτου)
  Στηρίζεται στην αδιαφορία του χρήστη.

Επίσης μπορεί το:
- Κόστος μετάστροφής (π.χ. κινητή τηλεφωνία) να το δημιουργήσει η ίδια η επιχείρηση

Παράδειγμα για κόστη Μεταβατών
(Είναι από το βιβλίο του Νάσιας Τελευταία εκδόσεια)

(Θα δούμε στη συνέχεια ότι τα κόστη Μεταβατών έχουν σχέση με τις επιδράσεις δικτύου.)

Είναι ένα προϊόν (υπηρεσία) και χάριν ανταγωνισμού έχουμε τέλειο ανταγωνισμό. Δηλ. το συγκεκριμένο προϊόν προσφέρεται από άπειρο αριθμό εταιρειών.
Υπάρχει μία χρονική στιγμή $t=0$ όπου χρού έχουμε τέλειο ανταγωνισμό η τιμή P είναι ίση με το αριστερό κόστος.

$t=0$ | $P=C$ |

και τώρα κοιτάζουμε από $t=1$ τι γίνεται
Δηλαδή από $t=1$ κοιτάζουμε αν ο καταναλωτής θα μείνει στην εταιρεία που είναι ή θα φύγει
Αν φύγει τότε ο καταναλωτής έχει ένα
κόστος μεταβροής S
για χάρη απλούστευσης το αν θα αλλάξω ή όχι εταιρεία έχω δικαίωμα να το πάρω μόνο για $t=1$. Δηλαδή για $t=1$ ή μένω για πάντα στην εταιρεία που είμαι ή αλλάζω και πάω σε άλλη εταιρεία όπου μένω εκεί για πάντα.
Για την χρονική στιγμή $t=1$ μόνον μπορούν οι εταιρείες προσφέρουν μια **έκπτωση** 0.
Προσοχή Την έκπτωση την παίρνουν οι καταναλωτές που αλλάζουν εταιρεία και την παίρνουν από την εταιρεία που πάνε.
Δηλαδή καταναλωτής που δεν αλλάζει εταιρεία

δεν παίρνει καμμία έκπτωση.

q	1	2	3	4	...	n	
μένω	p	$\frac{p}{2+1}$	$\frac{p}{(2+1)^2}$	$\frac{p}{(2+1)^3}$		$\frac{p}{(2+1)^m}$	(1)
αγοράζω	$p-d+5$	$\frac{p}{2+1}$	$\frac{p}{(2+1)^2}$	$\frac{p}{(2+1)^4}$		$\frac{p}{(2+1)^n}$	(2)

$\frac{p}{2}$ = είναι όλες οι μελλοντικές αγοραίες που θα κάνω σε παρούσια αξία.

(1) Θα πληρώνω $\boxed{p+\frac{p}{2}}$ (1)

(2) >> >> $\boxed{[p-d+5]+\frac{p}{2}}$ (2)

Για να δω τι συμφέρει να μείνω ή να βγω να συγκρίνω τα (1) και (2)
Επειδή από την 2η χρονιά και μετά είναι το ίδιο θα πρέπει να συγκρίνω μόνο την 1η χρονιά. Δηλ. Θα συγκρίνω το p με $p-d+5$
Τώρα αν
$p > p-d+5 \Rightarrow d > 5$ (αγοράζω)
$p < p-d+5 \Rightarrow d < 5$ (μένω)
$p = p-d+5 \Rightarrow d = 5$ (αδιάφοροι)
Επειδή υπάρχει τέλειος ανταγωνισμός στην ιατροφαρμακευτική όλες οι εταιρείες θα δίνουν μία έκπτωση όσο το κόστος μεταβίβασης δηλ. $\boxed{d=5}$

Τώρα το ερώτημα είναι τι επιπτώσεις έχει αυτό για τον καταναλωτή;
Τέλειος ανταγωνισμός: Στο τέλειο ανταγωνισμό τα κέρδη είναι 0.
Τι κέρδη κάνει ο παραγωγός (δεν έχει καμία κόστος μεταβίβασης)

$$(p-d-c)+\frac{p-c}{2+1}+\frac{p-c}{(2+1)^2}+\dots\frac{p-c}{(2+1)^n}$$

$$=\boxed{p-d-c+\frac{p-c}{2}}$$

παρούσα αξία των κερδών

παρούσα αξία ενός παραγωγού που μπαίνει στο τέλειο ανταγωνισμό.

Όμως $d=s$

άρα έχω

$$\Pi=p-s-c+\frac{p-c}{2}\overset{\text{για τον τέλειο ανταγωνισμό}}{=}0 \iff$$

άρα

$$\frac{p+c}{2+1}$$

$$0=\hat{\gamma}-\hat{d}+\hat{\gamma}\hat{\gamma}-\hat{\gamma}\hat{s}-\hat{\gamma}\hat{d}$$

$$\iff 0=(2+1)\gamma-2s-(2+1)d$$

$$\iff 2s+(2+1)\gamma=(2+1)d$$

$$\boxed{s=\frac{2+1}{2}\gamma+c=d}$$

Τώρα αν βάλεις κόστος μεταβίβασης τότε $s=0$ άρα $\gamma=d$

Τώρα όμως που υπάρχει κόστος μεταβίβασης η τιμή είναι μεγαλύτερη από το οριακό κόστος

p - d + ξ εφ' όσον d = ξ πηγαίνω P

Οι επιδράσεις δικτύου μπορεί να θεωρηθούν ως ενημερική κόστη μεταβροχής, με την έννοια ότι η μεταβροχή σε ένα άλλο δίκτυο δηλ η μεταβροχή σε ένα άλλο προϊόν δηλ η μεταβροχή στην νέα εταιρεία που μπαίνει εμπεριέχει το μόστος εξισορρόπησης των οφελών που χάνει ο καταναλωτής όταν αποχωρεί

ανήκει στο ίδιο δίκτυο, στην ίδια εταιρεία με τους ίδιους καταναλωτές (με όλους τους καταναλωτές)

Θα κάνουμε τώρα ένα παράδειγμα με 2 τρόπους Μια φορά θα το κάνω με επιδράσεις δικτύου και μία φορά με κόστη μεταβροχής. Θα βγούνε παρόμοια

$t=0$	$t=1$
Μάζα καταναλωτών α έχει αγοράσει από την εταιρεία I η οποία είναι μοναδική (μονοπώλιο)	η αγορά αντίκει 1) I θέτει τιμή P_I 2) νέες εταιρείες θέτουν τιμές 3) καταναλωτές επιλέγουν (αλλαγή εταιρείας)

1η περίπτωση με κόστη μεταβροχής (ξ)
Εδώ κάνω εγχείρημα μένω - αλλάζω
Αν μένω P_I. Αν αλλάζω πηγαίνω $P_E + \xi$
(τιμή εταιρείας + κόστος μεταβροχής)

~~Πότε αλλά~~

Σύγκριση: Αν $P_I > P_E + S$ αγοράζω

Αν $P_I < P_E + S$ δεν αγοράζω

Αν $P_I = P_E + S$ με αργόνα αδιάφορο.

Για να τους κρατήσει η εταιρεία Ι πρέπει να βάλει τιμή $P_I \leq P_E + S$

Άρα για να τους πουλήσει η εταιρεία Ι πρέπει να βάλει τιμή $\boxed{P_I = S}$ (1)

Οπότε δεν θα μπουν νέες εταιρείες.

Αν $S=0$ $P_I = 0$ (κανονικά θα βάλαμε το κόστος C, πράγμα που είναι για ομοιόμορφη βάζουμε το κόστος $C=0$)

2η περίπτωση: Δεν έχω ίδιο μπαστρομός: Έχω επιδράσεις δικτύου.

$U = V \cdot n$

n = αριθμός καταναλωτών
στην υπάρχει όφελος αυτού είδους
U = χρησιμότητα
το όφελος δικτύου είναι ίδιο για όλους

Άρα στη συγκρίση μένω αγοράζω
Αν μένω $n=0$ (δεν καταναλωτών) το κόστος είναι $V \cdot 0 - P_1$

όφελος / τιμή Ι
επιχείρησης

Αν αγοράζω μόνο εγώ / σε εταιρεία Ε
τότε $V=0$ και κόστος

$U - P_E = -P_E$

Πότε μένω όταν $v \cdot \alpha - P_I \geq -P_\epsilon \Rightarrow$

$P_I \leq v \cdot \alpha + P_\epsilon$ (δεν φεύγει κανένας)

Ποια είναι η ελάχιστη τιμή που μπορούν να βάλουν οι εταιρείες που μπαίνουν;
Είναι $P_\epsilon = 0$ (ο.
άρα η εταιρεία I θα βάλει τιμή

$$\boxed{P_I = v \cdot \alpha} \quad (2)$$

χωρίς επιδράσεις δικτύου $U = 0$, $P_I = 0$

Άρα αν δεν υπάρχουν ούτε επιδράσεις δικτύου;
Βρήκαμε αντίστοιχα (1) (2). Λογικά είναι ίδια
τότε ~~$P_I = 0$~~ $P_I = 0$

Άρα σε μία αγορά αν δεν υπάρχουν ούτε επιδράσεις δικτύου ούτε κόστη μετατροπής η εταιρεία που είναι πρώτη μέσα θα βάλει τιμή ίση με το οριακό κόστος $P_I = 0$ ($c = 0$) και οι εταιρείες που θα μπουν θα βάλουν 0 και αν είμαι αδιάφορος δεν φεύγει κανείς

ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑ

κόστη μετατροπής	επιδράσεις δικτύου
$P_I \leq P_\epsilon + S$	$P_I \leq P_\epsilon + v\alpha$

Πως ερμηνεύεται το $v\alpha$ ως κόστος μετατροπής; Αν αγοράζω δίκτυο χάνω όλο το οφέλη που είχα στην εταιρεία.

ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΕ ΑΥΤΟ.

Οι επιδράσεις δικτύου μετουρνούν και σον νόστη μεταστροφής. (όταν δίνουν περιπτώσεις αυτό να ψηφούμε να το διαφαίνουμε)

Το ξαναγράφω SOS αυτό

Αυτό που τον ενδιαφέρει και είναι μέσα στην ζωή είναι ότι οι επιδράσεις δικτύου ενδιαφέρουν μπορούν κάποιες φορές να ερμηνευτούν ως νόστη μεταστροφής.

και ποιός είναι αυτός ο τρόπος.

Γιατί αν φύγω από μία εταιρεία και πάω σε μία άλλη εταιρεία η οποία είναι ανύπαρκτη και φύγω μόνο εγώ χάνω όλα τα οφέλη που είχα στην εταιρεία που έχουν φύγω τις επικοινωνίες, των επιδράσεων δικτύου

ΜΑΘΗΜΑ 9ο

Χρόνος	1	2	3	
μένω	d	$\frac{d}{2^1}$	$\frac{d}{2^{(2+1)}}$	...
αγοράζω	$p-d+s$	$\frac{d}{2^1}$	$\frac{d}{2^{(2+1)}}$	...

Αν αγοράζω θα πάρω την έκπτωση d αφού έχω τα έξοδα μετακόμισης s
Αφού αγοράζω από το 2ο έτος και μετά δεν υπάρχουν ούτε εκπτώσεις ούτε κόστος μετακόμισης.

d = έκπτωση
s = κόστος μετακόμισης.

$$p = c + \frac{s}{2^{1+1}} + d$$

- Αν το κόστος μετακόμισης είναι $s=0$ τότε $p=c$
- Αν $s>0$ τότε $p>c$

Τι προτείνουν οι καταναλωτές;

α) Όταν ο καταναλωτής μένει θα πληρώνει όλα τα έτη $p = c + \frac{s}{2^{1+1}} + d$

β) Ο καταναλωτής που αγοράζει από το 2ο έτος και μετά πάλι πληρώνει $p = c + \frac{s}{2^{1+1}} + d$

γ) Ο καταναλωτής που αγοράζει το 1ο έτος πληρώνει $p-d+\frac{1}{2}$ που αν το $\frac{1}{2}=d$ μηδενίζεται p.

Τώρα το κέρδος της εταιρείας είναι:

$t=1 \quad p-\underbrace{d}_{\frac{1}{2}}-c=-\frac{1}{1+r}<0$

$t=2 \quad p-c=\frac{2}{1+r}>0$

Θέματα 2-3 Ασκήσεις και ~~απαντήσεις~~ ερωτήσεις καταναλώσεως

ΔΙΚΤΥΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ

Η διάδοση και αναπαραγωγή των πληροφοριών μπορεί να θεωρηθεί σαν δίκτυο.
Πιθανά μοτίβα μετάδοσης σε η άτομα
α) Καθέτη
β) Τριζόντια
γ) Μικτή.

Οικονομικά των βιβλιοθηκών.

Έστω ότι υπάρχουν 2 βιβλιοθήκες με $2 \leq \eta$ η καταναλωτές

Μονοπωλητής

i) προμηθεύει καταναλωτές άμεσα

ii) Προμηθεύει βιβλιοθήκες που εξυπηρετούν τους καταναλωτές.

1η περίπτωση Άμεση πώληση.
Προφανώς μιλάμε για ένα βιβλίο
b = η χρησιμότητα που λαμβάνει ο καταναλωτής
p^b = είναι η τιμή που πρέπει να πληρώσω.
C = το κόστος παραγωγής.
Ο καταναλωτής θα αγοράσει αν $b \geq p^b$
Άρα ο μονοπωλητής θα χρεώσει
$p^b = b$ (παίρνει όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή)
(αδιάφορος αγοράζω από υπόθεση)
Άρα τα κέρδη του μονοπωλητή είναι

$$\Pi^b = (p - C) \cdot \eta = (b - C) \cdot \eta$$

$$\boxed{\Pi^b = (b - C) \cdot \eta} \quad b > C$$

2η Περίπτωση Να πουλάει στις βιβλιοθήκες.

2 βήματα

μονοπωλητής → βιβλιοθήκη → καταναλωτής

2ο στάδιο: ξεκινάμε από κάτω προς τα πάνω.

1ο στάδιο

υπάρχουν $\mathcal{J}$ βιβλιοθήκες και παίρνουμε την παραδοχή ότι 1 βιβλίο σε κάθε βιβλιοθήκη πουλάει ο μονοπωλητής.

Κάθε βιβλιοθήκη είναι τοπικό μονοπώλειο.

η = ο αριθμός των ~~κατ~~ καταναλωτών

$\mathcal{J}$ = » » των βιβλιοθηκών

και η κάθε βιβλιοθήκη τοπικό μονοπώλιο εξυπηρετεί $\frac{\eta}{\mathcal{J}}$ καταναλωτές.

Τώρα εγώ προηγούμενος όταν διάβαζα το βιβλίο η χρησιμότητα μου ήταν $\boxed{b}$

Τώρα η χρησιμότητα είναι μικρότερη $\boxed{b-\delta}$ για πολλούς λόγους (δεν είναι δικόμου, ταλαιπωρία βιβλιοθήκης)

Τιμή ενοικίασης p^c

Μέχρι που θα δώσω $b-\delta$

Πότε θα το ενοικιάσω; όταν $b-\delta \geq p^c$

Άρα $\boxed{p^c = b-\delta}$

Έσοδα της κάθε βιβλιοθήκης είναι

$$(b-\delta)\cdot\frac{\eta}{\mathcal{J}}$$

2ο στάδιο

Άρα τα κέρδη του μονοπωλητή είναι:

$$\Pi^{\text{μ}} = [(\beta-\delta)\cdot\frac{\eta}{\eta-1} - c]\cdot q = (\beta-\delta)\cdot\eta - cq$$

Τώρα καταλήγουμε τι συμβαίνει;

Ο μονοπωλητής θα διαχέξει την ενιαία διάθεση μέσα από πωλήσεις σε βιβλιοθήκες αν

$$\Pi^{\text{μ}} > \Pi^{\text{δ}} \Leftrightarrow$$

$$(\beta-\delta)\cdot\eta - cq > (\beta-c)\cdot\eta \Leftrightarrow$$

$$\beta\eta - \delta\eta - cq > \beta\eta - c\eta \Leftrightarrow \delta\eta < c\eta - cq \Leftrightarrow$$

$$\delta < c - \frac{cq}{\eta} \Leftrightarrow \boxed{\delta < c\left(1-\frac{1}{\eta}\right)}$$

Αν $\delta > c\left(1-\frac{1}{\eta}\right)$ τον συμφέρει κατευθείαν στον καταναλωτή να πουλάει.

Άρα ο μονοπωλητής θα διαχέξει την διάθεση από τις βιβλιοθήκες όταν:

(i) δ είναι σχετικά μικρό ή

(ii) όταν το κόστος παραγωγής c είναι σχετικά μικρό.

(iii) το $\frac{1}{\eta}$ είναι σχετικά μικρό.

ΜΑΘΗΜΑ 10ο

Θέματα θα είναι ασκήσεις και ερωτήσεις υποψηφίων

1) Μοντέλο Δημόσιας
(όταν έχουμε επιδράσεις δικτύου ή καταναλωτή έχει και θετική αξία)

$$U_i = \alpha_i + h_i(\eta^e)$$

α_i αποτέλεσμα

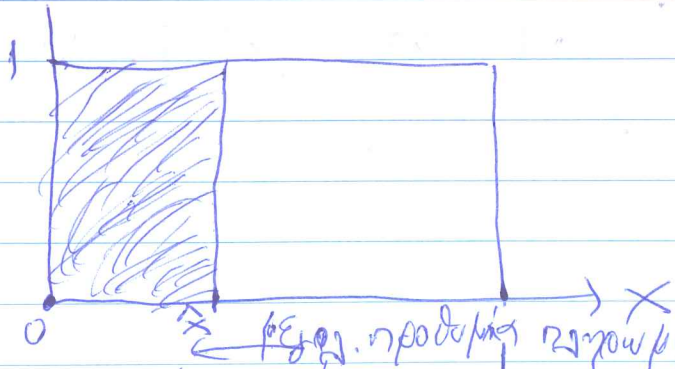
$h_i(\eta^e)$ οφέλος δικτύου $\frac{\partial h}{\partial \eta^e} > 0$

όλοι έχουμε την ίδια χαρακτηριστικά αυτοτέλειας άρα $U_i = \alpha + h_i(\eta^e)$ και $\alpha = 0$

Διαφέρουν ως προς το όφελος δικτύου $h_i(\eta^e)$

μήκος δικτύου = 1

$x \in [0, 1]$



x = επιθυμία κάθε καταναλωτή να πληρώσει την υπηρεσία

$$h_i(\eta^e) = (1 - x)\eta^e$$

Ι ΚΑΜΠΥΛΑ ΖΗΤΗΣΗΣ

1) Αδιάφορο ατόμου $\hat{x}$

2) Πραγμ. αριθμός πουθενοπαιδιού $\hat{x} = \eta$

3) Ορθολογικές προσδοκίες $\eta^e = \eta$

$\Rightarrow P = \eta(1 - \eta)$

Έχουμε μια θετική σχέση από επιδράσεις δικτύου.

Εδώ υποθέτω ότι υπάρχει ένα αγαθό και έτσι κοιτάζω 2 περιπτώσεις

α) Τ. Α.

β) Μονοπώλιο

και βρίσκω μία ωραία έκφραση για τον καθε καταναλωτή

$$\boxed{P = \eta(1-\eta)}$$

1) Τ.Α $P = C$ (τιμή ίσον με οριακό κόστος)

και βγάζω 3 ισορροπίες

$\eta = 0$ $\eta_1^C(C)$, $\eta_2(C)$

$\eta_1^C(C)$ → αστάθης ισορροπία (κερδίζουμε μάζα)

$\eta_2(C)$ → ισχυρότερη κατά Pareto

$$\eta^C = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1-4C}{4}} \qquad P^C = C$$

2) Μονοπώλιο (έχουμε μόνο μία επιχείρηση)

$$\max_{\eta} \Pi = (P-C)\cdot\eta$$

(Το η συνεχώς είναι το Q. Μπαίνουν η καταναλωτές και παίρνουν 1 μονάδα άρα συνεχώς το η είναι το Q)

$$\max_{\eta} \Pi = [\eta(1-\eta) - C]\cdot\eta$$

Συνθήκες α' τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \eta} = 0 \rightsquigarrow \eta = \frac{1}{3} \pm \frac{\sqrt{1-3C}}{3}$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial \eta^2} < 0 \Rightarrow \eta > \frac{1}{3} \text{ άρα } \eta = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{1-3C}}{3}$$

και $p^M = \frac{(1+3c)+\sqrt{1-3c}}{9}$

ΠΡΟΣΟΧΗ (Δάσκαλο προσεκτικό ΔΕΝ σου δημιουργεί)

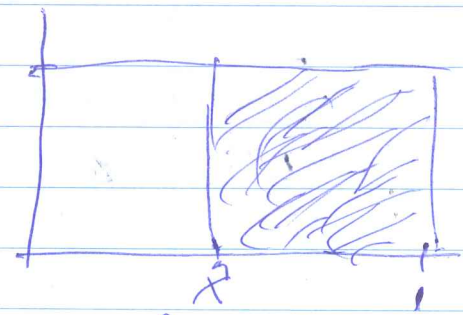
Όταν έχουμε καμπύλη δημιουργεί θετική αρνητική έχουμε παραπλεύρες καμπύλες.

Μονοπ. – Τ.Α στις επιδράσεις δικτύου παρέχουν μικρότερη ποσότητα από την κοινωνική άριστη

ΠΡΟΣΟΧΗ μπορεί το x ~~να~~ δημ επιθυμία να ημιφώνα είναι περισσότερη όταν $x \to 1$ οπότε

$h_i(q^e) = x \cdot e^n$

διαδικασία ίδια.
προδοκίες ίδιες
$\boxed{\eta = 1 - \hat{x}}$



Μπορώ τώρα να βάλω ίδιο όρεγο δικτύων $h(q^e)$ και διαφορετική αντίσταση a_i.

Θα μπορούσε να βάλει και στα δύο δημ

$$U_i = a_i + U_i(q^e)$$

ή δεν διαιρέουν πουθενά

$U_i = a + h(q^e)$ (εκ αλλαδικασία σε όλες τις περιπτώσεις ίδιο

Αδιάφορος → ποιοί θα χαμούν με ορθολογικές προσδοκίες

→ Τέλειος ανταγωνισμός $p=c$, Μονοπώλιο μεγαλύτερο πόλεμο δών ως προς την ποσότητα → εξέχει συνθήκες β' τάξης για μέγιστο εξάχιστο →

→ Ευημερία = άθροισμα πλεονάσματος καταναλωτή και κέρδους

Στον Ατελή ανταγωνισμό και συμβατότητα για ευελιξία βάλαμε τον ίδια οφέλεια δικτύου αλλά διαφορετική αυτοτέλεια. Βγήκαν ίδια
1) αδιάφορος καταναλωτής
2) Ποιοι θα εγγραφούν
3) ορθολογικές προσδοκίες
και γύρω το (2) και βρίσκω 2 καμπύλες ζήτησης (Cournot).

ΔΙΑΛΕΙΜΑ

Υπάρχουν παίγνια με 2 ισορροπίες Nash

	Νέα	παλιά
ΝΕΑ	4, 4	0, 0
παλιά	0, 0	2, 2

2 ισορροπίες Nash.

Χωρίς έξτρα πληροφόρηση δεν ξέρω τι θα είναι επικρατούσα ακόμη και αν η νέα είναι η καλύτερη.
Πρέπει να βάλω κριτήρια.
Εδώ δηλαδή
Εάν η επικρατούσα είναι (Ν, Ν) τότε ~~[illegible]~~ ~~είμαστε μια χαρά δεν χρειάζεται ποτέ δικτύ~~
~~(Ν, Ν) είναι καλύτερη από (Π, Π)~~
Εάν όμως η επικρατούσα είναι (Π, Π) αλλά η (Ν, Ν) είναι καλύτερη (κατά Pareto)

κατάσταση ισορροπίας αδράνεια (Σελ. 4)

Μπορεί να συμβεί η 1η αλλά δεν μας ενδιαφέρει

Αν τώρα έχω

	Νέα	Παλιά
Νέα	2, 2	0, 0
Παλιά	0, 0	4, 4

Τώρα

Εάν η επιχείρηση (Π, Π) δεν έχει ποτέ να ανησυχήσει

>> >> >> (Ν, Ν) → αυτό ενδιαφέρει

εδώ είναι υπερβάλλουσα ωθηση

Τώρα

	Ν	Π
Ν	(4, 4)	(0, 0)
Π	(0, 0)	(2, 2)

Έστω ότι έχουμε μονοπωλητή και μπαίνει ένας πιθανός παίκτης στην αγορά τότε

Π → ο μονοπωλητής

Ν → μπαίνει ο νεοεισερχόμενος

Υποθέτω ότι τα αγαθά τους είναι ανόμοια.

Αν η επιχείρηση είναι (Π, Π) σημαίνει ότι δεν μπαίνουμε στο νέο προϊόν και οι 2 καταναλωτές

Ομοιοκή δίκτυα.

$U(x)$

x = κονδύλια με βιντεοπαιχνίδια
όπου η χρησιμότητά δεν εξαρτάται. Από των αριθμών των εφαρμογών που αυτές εξαρτώνται από τον προσδιοριζόμενο αριθμό των καταναλωτών.

π.χ. προσδιοριζόμενος αριθμός καταναλωτών για το x ⇕ ⇒

⇒ η ⇕ ⇒ U ⇕ για το x
εφαρμογές

x = κονδύλια βιντεοπαιχνιδιών

HW ⟶ SW

κονδύλες — βιντεοπαιχνίδια

m = εφαρμογές δηλ αριθμός η ποιότητα

Βιβλιοθήκες παράδειγμα ...

⟷

ΜΑΘΗΜΑ 11ο

2-3 ξεμίδες το διαμήκισμα.
Αν $c = \frac{1}{8}$ μπορεί να γίνει.

Τέλειος ανταγωνισμός – Μονοπώλιο – Ευημερία
Μπορεί το δ. να το δώσει
χωρίζω ότι μη=η χωρίς, μαυρέντα
Μιμητισμός → ~~έλλειψη~~ έμφυτη ελλιπάση δικτύου
καταλήξεις
Θέματα Ερωτήσεις ~~ανάπτυξης~~ 2-3 αδικήσεις

ΤΕΛΟΣ